

## Wölbung der Blochwand als Elementarvorgang reversibler Magnetisierungsänderungen (Anfangspermeabilität und $\Delta E$ -Effekt)

Von M. KERSTEN

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 3. Dezember 1955)

### 1. Einleitung

Die experimentelle Untersuchung der Temperaturabhängigkeit verschiedener magnetischer Eigenschaften des Nickels hat im letzten Jahrzehnt besondere Beachtung gefunden, weil dieses Metall im Gegensatz zu Eisen und technisch wichtigen magnetischen Legierungen einen starken Anstieg der magnetischen Kristallanisotropie bei tiefen Temperaturen aufweist. Nach BRUKHATOV und KIRENSKY können die gemessenen Beträge der (negativen) Anisotropiekonstante  $K_1$  von Nickel sehr angenähert durch die empirische Funktion

$$K_1 = K_{1,0} \cdot e^{-\alpha T^2} \quad (1)$$

beschrieben werden [1], und zwar mit  $K_{1,0} = 50000 \text{ erg/cm}^2$  und  $\alpha = 1/(33200 \text{ grad}^2) = 1/(182^\circ)^2$ ;  $T$  die absolute Temperatur. Abb. 1 zeigt die Funktion (1) mit einigen Meßwerten aus der Literatur [2] als  $\ln K_1 = f(T^2)$ . Der steile Temperaturgang von  $K_1$  hat zur Folge, daß Anfangspermeabilität, Zyklotronkraft,  $\Delta E$ -Effekt und andere magnetische Größen besonders unterhalb der Raumtemperatur vorwiegend von der hohen Kristallanisotropie abhängen, während andere Einflüsse, z. B. Gitterverzerrungen durch Eigenspannungen, bei nicht reinem Nickel erst oberhalb etwa  $100^\circ \text{C}$  merklich hervortreten können. Nickel bietet daher die experimentelle Möglichkeit,  $K_1$  allein durch Temperaturänderung um rund zwei Zehnerpotenzen zu ändern (vgl. Abb. 1), ohne daß bei diesen tiefen Temperaturen während der Versuchszeit eine Änderung des Gefügestandes und der Gitterstörungen zu erwarten ist. Man mißt unter diesen Umständen geradezu idealer Weise gewisse Einflüsse der Kristallanisotropie unter Konstanzhaltung oder sogar weitestgehender Überdeckung anderer, oft weniger deutlicher Zusammenhänge.

Umfangreiche Meßergebnisse hierzu haben W. KÖSTER und Mitarbeiter für Anfangspermeabilität und  $\Delta E$ -Effekt [3], [4], [5] sowie W. GERLACH [6] für die Zyklotronkraft beigetragen. Nach KÖSTER ist der Temperaturgang (TG) der Anfangspermeabilität  $\mu_a$  von rekristallisiertem (weichem) Nickel unterhalb etwa  $100^\circ \text{C}$  proportional  $M_s^2/\sqrt{K_1}$ , wobei zu beachten ist, daß die Sättigungsmagnetisierung  $M_s$  mit wachsender Temperatur nur noch wenig,  $\sqrt{K_1}$  aber zwischen  $+100$  und  $-250^\circ \text{C}$  um rund den Faktor 10 steigt. Abb. 2 gibt als Beispiel die von KIRKHAM — der nur oberhalb  $0^\circ \text{C}$  — gemessenen  $\mu_a$ -Werte von weichem Nickel wieder [7]. Die Meßpunkte stimmen sich bis etwa  $200^\circ \text{C}$  ungefähr der zunächst empirischen Beziehung

$$\mu_a = \text{const.} \cdot \frac{M_s^2}{\sqrt{K_1}} \quad (2)$$

oder merklich besser der Funktion

$$\mu_a = \text{const.} \cdot \frac{M_s}{\sqrt{K_1}} \quad (3)$$

an, die als ein Ergebnis der folgenden Überlegungen hier vorweggenommen sei. Der TG von  $K_1$  ist für die

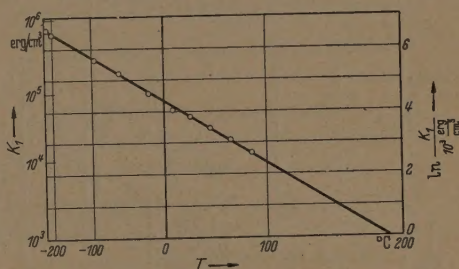


Abb. 1. Anisotropiekonstante  $K_1$  von Nickel in Abhängigkeit von der Temperatur; [1] und Gleichung (1).

beiden Vergleichskurven in Abb. 2 nach Abb. 1 und Gl. (1) eingesetzt, obwohl die Angaben in der Literatur für die sehr kleinen Anisotropiewerte oberhalb etwa  $100^\circ \text{C}$  stark streuen und teilweise entgegen der Funktion (1) und Abb. 1 sogar einen Nulldurchgang bei rund  $100^\circ \text{C}$  zeigen (vgl. [2]). Die Befunde der vorliegenden Untersuchung stützen die

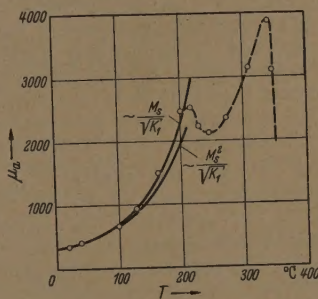


Abb. 2. Anfangspermeabilität  $\mu_a$  von weichem Nickel in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$ ; nach KIRKHAM [7].

Vermutung, daß entsprechend den von KITTEL zusammengestellten Messungen [1] die empirische Funktion (1) bei hinreichend reinem Nickel vielleicht doch bis zu mindestens  $+200^\circ \text{C}$  brauchbar bleibt. In dieser Hinsicht und für den Temperaturbereich unter  $0^\circ \text{C}$  bedarf der in Abb. 2 versuchte Vergleich der Meßergebnisse mit (2) und (3), der sich an einen entsprechenden Vergleich von KÖSTER anschließt [3], noch einer gründlicheren experimentellen Prüfung. Oberhalb etwa  $200^\circ \text{C}$  ist die Anisotropiekonstante



$K_1$  so klein, daß offensichtlich ganz andere Elementarvorgänge überwiegend wirksam werden und  $\mu_a$  nicht mehr den TG nach (2) oder (3) zeigt.

Während die Anfangspermeabilität auf reversiblen Wandverschiebungen durch den „Druck“ der Feldenergie beruhen kann, sind — in hinreichend weichen Werkstoffen — reversible Wandverschiebungen infolge äußerer elastischer Kräfte die Ursache des sogenannten  $\Delta E$ -Effektes, wobei man unter  $\Delta E$  bekanntlich die Differenz  $E_0 - E$  zwischen dem Elastizitätsmodul bei magnetischer Sättigung und dem (bei Nickel bis zu etwa 40%) kleineren  $E$ -Modul im entmagnetisierten Zustand versteht (Abb. 3). Die Messungen von KÖSTER über den  $\Delta E$ -Effekt von Nickel erstrecken sich bis zu  $-180^\circ\text{C}$ . KÖSTER konnte seine Meßpunkte sehr angenähert durch die empirische Beziehung

$$\frac{1}{E} - \frac{1}{E_0} = \Delta \left( \frac{1}{E} \right) = \text{const.} \cdot \frac{\lambda_s^2}{\sqrt{K_1}} \quad (4)$$

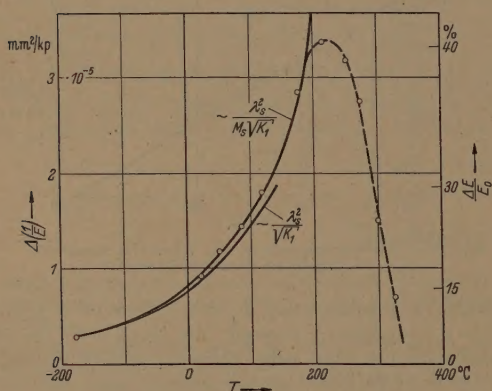


Abb. 3.  $\Delta E$ -Effekt von sehr weichem Nickel in Abhängigkeit von der Meßtemperatur  $T$ ; nach KÖSTER [4].

wiedergeben, wenn er den aus der Literatur bekannten TG der Sättigungsmagnetostriktion  $\lambda_s$  und  $K_1(T)$  nach (1) einsetzte. Abb. 3 gibt einen überzeugenden Vergleich der Meßpunkte  $\circ$  einer Meßprobe von KÖSTER (Glühung bei  $1300^\circ\text{C}$ ) mit der ausgezogenen Kurve der Funktion (4), deren Zahlenfaktor angepaßt wurde [4]. Außerdem ist mit Rücksicht auf das Folgende auch der TG von  $\lambda_s^2/(M_s \cdot \sqrt{K_1})$  mit angepaßtem Zahlenfaktor eingetragen. Da die Sättigung  $M_s$  von Nickel unter  $150^\circ\text{C}$  nur noch wenig ansteigt, ist der Unterschied gegen (4) nur geringfügig. Auch die Funktion (4) versagt oberhalb  $200^\circ\text{C}$  (Abb. 3).

Für den TG der Koerzitivkraft von Nickel, das aus Carbonsynnickelpulver gesintert wurde, fand GERLACH zwischen etwa  $+100^\circ$  und  $-180^\circ\text{C}$  in guter Näherung

$$H_c = \text{const.} \cdot \sqrt{K_1}, \quad [6]. \quad (5)$$

Das Ziel der folgenden Betrachtungen ist nun ein Versuch, die empirisch gefundenen Potenzen der temperaturabhängigen Größen in (3), (4) und (5) und möglichst auch die Größenordnung der empirisch angepaßten Zahlenfaktoren theoretisch zu deuten. Wegen der starken Temperaturabhängigkeit der Werkstoffkonstanten  $\lambda_s$  und  $K_1$  bei Nickel liegt in

der auffälligen Übereinstimmung der Meßpunkte den Abb. 2 und 3 mit dem TG von  $M_s/\sqrt{K_1}$  bz  $\lambda_s^2/(M_s \cdot \sqrt{K_1})$  für den Temperaturbereich unter  $200^\circ$  ein gewichtiger Anreiz für theoretische Überlegungen die natürlich über die Frage des TG hinaus erhebliche Bedeutung gewinnen können.

Da ferner der  $\Delta E$ -Effekt gewisser Legierung dazu benutzt wird, den TG und die Amplitudenhängigkeit der Unruhbeschwingungen handelsüblicher Gebrauchsuhren (z. B. Armbanduhren) hinreichend klein zu halten, soll auch auf die bisher noch offengebliebene Frage näher eingegangen werden, an welchen physikalischen Elementarvorgängen die bekannte Gangregelung dann beruhen könnte, wenn nicht in der früher vorgeschlagenen Weise [10] Eigenspannungen sondern vorwiegend heterogene Gefügeausscheidungen („Fremdkörper“) die Magnetisierungsänderungen in der Unruhfeder der Uhr beeinflussen. Die von R. STRAUMANN in Zusammenarbeit mit der Vacuumschmelze AG entwickelten Sonderlegierungen für solche Zwecke werden durch Ausscheidungshärtung auf die Sollwerte getrimmt, so daß man einen entscheidenden Beitrag der feindispersen Ausscheidungen auf das magnetoelastische Verhalten erwarten darf [8].

Unter den bekannten verschiedenen Mechanismen die für kleine angenähert reversible Wandverschiebungen im Rayleigh-Bereich schwacher Felder in Betracht kommen, müssen für die folgenden Überlegungen alle solchen Elementarvorgänge ausgeschlossen werden, die nicht mit den beobachteten Temperaturgängen nach Abb. 2 und 3 in Einklang gebracht werden können. Wie im folgenden nachgewiesen wird, scheint dabei der Vorgang der Wandwölbung als grundsätzlich brauchbar übrig zu bleiben. Nach den theoretischen Untersuchungen von NÉEL über die Streufelder an gekrümmten Blochwänden [16] [17] müssen bei der Berechnung von Wandwölbungen infolge des „Druckes“ der Feldenergie allerdings einschränkende geometrische Bedingungen eingehalten werden. Beachtet man in einfacher Weise diese Komplikation, so erhält man neue Abschätzungsformeln für Anfangsuszeptibilität und  $\Delta E$ -Effekt in dem fraglichen Temperaturbereich (unter  $200^\circ$  bei Ni, unter etwa  $700^\circ\text{C}$  bei Fe), die nicht nur die gemessenen Temperaturgänge nach (3) und (4) zwanglos erklären, sondern auch vernünftige Größenordnungen der Absolutwerte von  $\mu_a$  und  $\Delta E$  für Nickel und Eisen ergeben. Darüber hinaus scheinen die neuen theoretischen Abschätzungen eine erhebliche bessere Erklärung der Anfangspermeabilitäten von technischen Eisen-Nickel-Legierungen zu liefern als alle bisher bekannten Deutungsversuche.

## 2. Hinweise auf einige frühere Befunde

KÖSTER war bei der Deutung seiner Meßergebnisse von folgenden bekannten Abschätzungsformeln<sup>1</sup> der sogenannten Spannungstheorie ausgegangen:

<sup>1</sup> Alle Gleichungen werden hier als Größengleichungen rationaler ( $4\pi$ -freier) Darstellung geschrieben. Wahl und Bedeutung der Formelzeichen entsprechen möglichst den letzten internationalen Beschlüssen. Z. B. gilt deshalb  $B = \mu_0 (H + M)$  mit  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9} \text{ H/cm} = 1 \text{ G/Oe}$ , Suszeptibilität  $\chi = M/H$  (dimensionslos!) und  $\mu_{\text{abs}}/\mu_0 = \mu_{\text{rel}} = \mu = 1 + \chi$ . Vgl. z. B. U. Stille, Messen und Rechnen in der Physik, Vieweg, Braunschweig 1955.



## a) Anfangsuszeptibilität [9], [12]

$$\kappa_a = (\mu_a)_{rel} - 1 = \frac{2}{9} \cdot \frac{\mu_0 M_s^2}{\lambda_s \sigma_i}; \quad (6)$$

b)  $\Delta E$ -Effekt [10]

$$\frac{1}{E} - \frac{1}{E_0} = \Delta \left( \frac{1}{E} \right) = \frac{2}{5} \frac{\lambda_s}{\sigma_i}; \quad (7)$$

bzw. für  $\Delta E \ll E_0$ 

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{2}{5} \cdot \frac{E_0 \lambda_s}{\sigma_i}. \quad (7a)$$

bedeutet bekanntlich ein Maß für die regellosen Spannungen im Werkstoff und ist ungefähr das räumliche Mittel  $\sigma_i = \sigma_1 - (\sigma_2 + \sigma_3)/2$  als durchschnittlicher Betrag der Schubspannungen, wobei  $\sigma_1$  jeweils die Hauptspannung in der Richtung der magnetischen Vorzugsachse,  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  die beiden anderen Hauptspannungen darstellen. Zahlenfaktoren 2/9 und 2/5 kommt trotz gelegentlichen Bestätigungen durch Messungen nur größenordnungsmäßige Bedeutung zu [11], [12], [13], [14]. Gegen die primitiven Grundlagen der Beziehungen (6) und (7) sind besonders von NÉEL berechnete Korrekturen geltend gemacht worden, die sich in erster Linie auf die Vernachlässigung innerer Streufelder beruhen [16], [17]. Trotzdem haben sich (6) und (7) in vielen Fällen, wo der Einfluß regelloser Eigenspannungen gegenüber Wirkungen im Sinne der Gittertheorie hinreichend überwiegt, als brauchbare Abschätzungen erwiesen. Neuerdings wurden die physikalischen Grundlagen dieser Formeln der Spannungstheorie durch systematische röntgenografische Spannungsmessungen sowie über Erwarten gut gestützt [13], [14].

KÖSTER hatte seine Meßbefunde so ausgewertet, daß er einerseits aus den bei verschiedenen Temperaturen bestimmten  $\Delta E$ -Betragen mittels der bekannten Werte  $\lambda_s(T)$  aus (7) die „Spannungsbeträge“  $\sigma_i$  Nickelproben unterschiedlicher Glühbehandlung rechnete und andererseits  $\sigma_i$  in (7) durch (6) eliminierte. Dabei ergibt sich

$$\Delta \left( \frac{1}{E} \right) = \frac{9}{5} \cdot \frac{\lambda_s^2}{\mu_0 M_s^2} \cdot \kappa_a, \quad (8)$$

Proportionalität zwischen  $\Delta(1/E)$  und Anfangsuszeptibilität  $\kappa_a$ . (8) wird von den Meßpunkten KÖSTERS in einem beträchtlichen  $\kappa_a$ -Bereich (16 bis 100) erstaunlich genau mit dem Zahlenfaktor 9/5 erreicht. Andere Autoren finden etwas abweichende Zahlenfaktoren, was aus verschiedenen Gründen nicht verwunderlich ist; vgl. z. B. [12], S. 336. Bemerkenswert für das Folgende ist die Auswertung der Beziehung (7) durch KÖSTER. Er errechnet nämlich mit (7) aus den gemessenen  $\Delta E$ -Betragen die Abhängigkeit von der Meßtemperatur die Werte  $\sigma_i$ , die Abb. 4 wiedergibt [4, Bild 4]. Da echte Eigenspannungen sich in dem hier vorliegenden Temperaturbereich nur wenig mit der Temperatur ändern können ( $E = f(T)$ !), schloß KÖSTER aus Abb. 4, daß je nach der Härte des Nickels oberhalb 200°C (Ni II) bzw. 200°C (Ni, 1300°C-Glühung) wirkliche Eigenspannungen<sup>1</sup> im Sinne von (7) den  $\Delta E$ -

Effekt verursachen, daß dagegen bei tieferen Temperaturen eine zusätzliche Hemmung der Wandverschiebungen auftritt, die zunächst nur formal nach dem Ansatz  $\sigma_m = \sigma_i + \sigma_k$  (s. Abb. 4) durch eine Größe  $\sigma_k$  in der Dimension einer Spannung beschrieben werden kann. Für den gemessenen Temperaturgang von  $\sigma_k$  fand KÖSTER ziemlich genau Proportionalität mit  $\sqrt{K_1(T)}/\lambda_s(T)$ , wozu ein früherer theoretischer Ansatz des Verfassers für die äquivalente „Eigenspannung“,  $\sigma_k = \text{const.} \cdot \sqrt{K_1}/\lambda_s$ , den Anlaß gab [15], Gl. (38). Damit schien durch die Messungen von KÖSTER eine recht überzeugende Bestätigung dieses älteren Versuches einer Theorie gefunden zu sein. Die fruchtbare Kritik der physikalischen Grundlagen eines wichtigen Teiles von [15] durch NÉEL, die unabhängig von NÉEL auch von KORNETZKI eingeleitet worden war<sup>1</sup>, nahm jedoch der

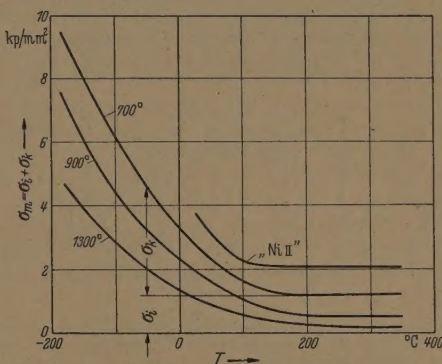


Abb. 4. „Spannungsgößen“  $\sigma_m$ , nach KÖSTER formal berechnet mit Gl. (7) aus den Meßwerten  $\Delta(1/E)$  von weichem Nickel mit verschiedener Glühbehandlung, [4, Bild 4].

Gleichung (38) in [15] ihre physikalische Begründung. Somit entstand die Aufgabe, eine neue, einwandfreie theoretische Deutung für die Anfangsuszeptibilität und den  $\Delta E$ -Effekt in dem Temperaturgebiet mit vorherrschender Wirksamkeit von  $\sigma_k$  zu finden, die zu den empirisch festgestellten Potenzen für den TG nach Abb. 2, 3 und 4 führen muß.

### 3. Temperaturgang (TG) von $\mu_a$ und $H_c$ im Rahmen bekannter älterer Abschätzungsformeln

Für Werkstoffe mit vorherrschendem Einfluß heterogener Verunreinigungen oder Ausscheidungen auf die Behinderung von Wandverschiebungen sind verschiedene Modellvorstellungen zur Erklärung dieser Behinderung vorgeschlagen worden. Je nachdem, ob der Durchmesser der wirksamen Gefügeeinschlüsse größer oder kleiner ist als die Dicke  $\delta$  der Blochwand, ( $d > \delta$  bzw.  $d < \delta$ ), muß man sehr verschiedene Mechanismen der Wandhemmung annehmen. Für den Bereich  $d < \delta$  ist eine Abschätzungsformel für  $\mu_a$  bekannt, die noch nicht systematisch experimentell geprüft wurde [19]. Hier soll nur kurz darauf hingewiesen werden, daß diese spezielle Formel für  $d < \delta$  wesentlich andere Temperaturabhängigkeiten liefert als die Messungen von KÖSTER

<sup>1</sup> Die Beträge dieser Restspannungen  $\sigma_i$  in Abb. 4 (0,2 bis 0,7 kg/mm²) kommen der magnetostriktiven Restspannung von weichem Nickel nahe ( $\lambda_s \cdot E \approx 0,7$  kg/mm²); Vgl. [9].

<sup>1</sup> Unveröffentlichte Berechnungen von M. KORNETZKI und R. BECKER (1944). Vgl. ZS f. Physik 124, 718 (1947), Fußnote und Nachtrag S. 741.



oder KIRKHAM. Das beruht vielleicht darauf, daß sich die Nickelproben von KÖSTER in einem Zustand befanden, wo die Bedingung  $d < \delta$  nicht vorherrschend erfüllt war.

Dagegen ist der von GERLACH gemessene TG der Koerzitivkraft von gesintertem Nickel ohne weiteres verständlich, wenn man  $d \gg \delta$  annimmt, denn die bekannte Beziehung [20], [15], Gl. (22)

$$H_c = \frac{5}{3} \frac{K_1 \delta_{90}}{\mu_0 M_s \cdot d} \cdot \alpha^{2/3}, \text{ falls } d \gg \delta, \quad (9)$$

liefert für den TG von  $H_c$

$$H_c = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{k T_c}{a \mu_0 M_0 \cdot d}} \cdot \alpha^{2/3} \cdot \sqrt{K_1} = \text{const.} \cdot \sqrt{K_1(T)} \quad (10)$$

in guter Übereinstimmung mit den Meßbefunden in [6];  $k$  = Boltzmannkonstante,  $T_c$  = Curietemperatur,  $a$  = Gitterkonstante,  $\alpha$  = Volumenanteil der angenähert kugel- oder würfelförmigen unmagnetischen Fremdeinschlüsse oder Löcher (infolge unvollständiger Sinterung!) mit dem mittleren Durchmesser  $d$ ,  $M_0$  = Sättigungsmagnetisierung bei  $T =$

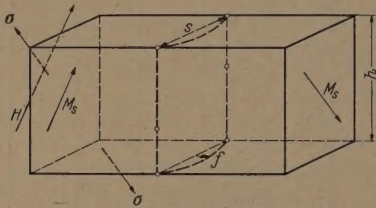


Abb. 5. Zur Berechnung der Wandwölbung zwischen zwei Weisschen Elementarbereichen.  $M_s$  = spontane Magnetisierung im linken bzw. rechten Bezirk,  $H$  = äußeres magnetisierendes Feld,  $\sigma$  = von außen angelegte homogene Zugspannung,  $s$  = wirksame Spannweite der Auswölbung,  $f$  = Biegunspfeil der Auswölbung,  $O$  = Haftstellen der Wand, z. B. Löcher, Versetzungen, Ausscheidungen, heterogene Verunreinigungen.

0°K. In (10) ist durch den Korrekturfaktor  $M_s/M_0$  ( $M_s$  = Sättigung bei Meßtemperatur) in gleicher Weise wie bei anderen neueren Literaturstellen der TG der Austauschenergie  $A = A_0 \cdot (M_s/M_0)^2$  berücksichtigt [21]. Bei Temperaturen weit unter  $T_c$  spielt diese nachträgliche Korrektur der früher mitgeteilten Beziehung (10) natürlich keine merkliche Rolle [20], [15]. Das zuerst von KONDORSKY berechnete stark vereinfachte Modell des Schlauchziehens (näheres z. B. in [22] und [23]) erklärt für  $d \gg \delta$  also zwanglos den von GERLACH an gesinterten Nickelproben gemessenen TG der Koerzitivkraft  $H_c$ .

Auch der ganz andere TG der Koerzitivkraft von technischem Eisen wird zwischen  $-180^\circ$  und etwa  $+400^\circ$  C durch (10) ziemlich gut auf den gemessenen TG von  $K_1$  zurückgeführt; vgl. [27], Abb. 22, nach Multiplizieren von  $\sqrt{KA/I_s}$  mit  $I_s$ , sowie [31].

#### 4. Wölbung der Blochwände

Das Modell des Schlauchziehens, aus dem Gl. (9) und damit ein maßgebender Elementarvorgang der Hysterese in grober Näherung abgeleitet werden konnte, besitzt in seiner strengen Vereinfachung, die der Berechnung von KONDORSKY zugrunde lag, keine endliche Anfangssuszeptibilität  $\chi_a$ , weil in diesem Modell die Blochwände erst in Bewegung kommen, wenn die endliche kritische Feldstärke überschritten wird, die zum Ausdehnen der Schläuche

benötigt wird (s. z. B. [22] und [23]). Man kann diesem Modell nachträglich einen zusätzlichen Mechanismus für eine endliche Anfangssuszeptibilität geben, wenn man berücksichtigt, daß weit unterhalb der kritischen Feldstärke bzw. der Koerzitivkraft  $H_c$  schon überwiegend reversible Magnetisierungsänderungen durch Auswölben (Krümmen) anfänglich nahezu ebenen Blochwände auftreten können. Durch die grundlegenden Arbeiten NÉEL ist zwar bekannt, daß die im Ausgangszustand zwischen Fehlstellen des Gitters, Versetzungen oder Fremdeinschlüssen ausgespannten Blochwände sich im allgemeinen nicht wie Seifenblaskugel- oder kissenförmig auswölben werden, sondern solche doppelten Krümmungen durch einen hohen Energieaufwand für Streufelder „freier magnetischer Ladungen“ auf den Blochwänden stark behindert werden würden. Aber einerseits sind Wölbungen einfach gekrümmten Zylinderflächen grundsätzlich ohne diese Zusatzenergie der Streufelder möglich, wenn bestimmte Symmetrielagen der Zylinderachsen zu den Spinrichtungen der beiden angrenzenden Elementarbereiche eingehalten werden<sup>1</sup>. Andererseits wird der störende Einfluß „freier Ladungen“ mindestens bei Werkstoffen mit sehr kleiner Anisotropiekonstante  $K_1$  (z. B. FeNi-Legierungen) vernachlässigbar klein [29].

Eine zylindrische Wölbung der Blochwand entsprechend Abb. 5 wäre z. B. auch dann energetisch begünstigt, wenn der linke Bezirk lotrecht nach oben und der rechte lotrecht nach unten spontan magnetisiert wäre. Eine derartige  $180^\circ$ -Wand interessiert jedoch für die folgende Betrachtung nicht, da  $180^\circ$ -Wandverschiebungen nicht zu magnetostriktiven Längenänderungen und damit einem merklichen  $\Delta E$ -Effekt führen können. Abb. 5 macht jedoch auch für eine  $90^\circ$ -Wand ohne weiteres deutlich, daß bei den im Beispiel gewählten geometrischen Verhältnissen eine zylindrisch gewölbte Blochwand bei beliebigen Durchbiegungen  $f$  im Idealfall des Modells keine „freien magnetischen Ladungen“ trägt. Es wird dabei modellmäßiger Vereinfachung angenommen, daß eine  $90^\circ$ -Blochwand an der Vorder- und Hinterseite der gezeichneten Modellklotzes an Gefügeeinschlüssen Versetzungen oder dgl. fixiert ist und sich erst bei hinreichend hohen Feldstärken irreversibel von den Haftstellen löst, z. B. mit Hilfe des Schlauchziehens oder auch im Sinne bekannter anderer Modellvorstellungen für kleine Teilchen mit  $d < \delta$  [18], [19]. In der Natur liegt im allgemeinen keine regelmäßige räumliche Verteilung wirksamer Haftstellen der Blochwände im Bereich schwacher Felder vor, sondern irgendein Zustand zwischen den beiden Extremfällen strenger Regelmäßigkeit oder vollkommen statistischer Unordnung. Es gibt allerdings metall-

<sup>1</sup> Man sieht unmittelbar, daß die Forderung  $\text{div } \mathfrak{M} = 0$  einer zylindrischen Blochwand beliebiger Krümmung durch die Bedingung  $3|\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2|$  erfüllt wird. Die Zylinderachsen  $\pm 3$  muß der vektoriellen Differenz der Magnetisierungen  $\mathfrak{M}_1$  und  $\mathfrak{M}_2$  der beiden Nachbarbezirke parallel sein. Es da übrigens nicht erwartet werden, daß die hier angenommenen Wandwölbungen an der Oberfläche durch Bitterstreifen nachgewiesen werden könnten. Wegen  $\text{div } \mathfrak{M} \approx 0$  an der Oberfläche sind die Zylinderachsen der Wölbungen dicht unter der Oberfläche stets parallel zu ihr. Nur bei sehr großer eiaachsiger Anisotropie (Co auf der Basisfläche) sind Ausnahmefälle denkbar.



sche und andere Beobachtungen, die in einzelnen Fällen nicht nur ziemlich geringe Streuungen der Wände von heterogenen Ausscheidungen oder von Veretzungslinien, sondern auch reihenförmige Ausscheidungen („Perlenketten“) gezeigt haben. Aber diese Kenntnisse reichen besonders im Zusammenhang mit magnetischen Messungen in gleichen Proben noch keineswegs aus, für die folgende Betrachtung einer befriedigenden experimentellen Grundlage ausgehen zu können.

Im allgemeinen werden nur an einzelnen günstigen Stellen im Werkstoff die geometrischen Voraussetzungen für nahezu zylindrische Auswölbungen im Sinne von Abb. 5 erfüllt sein. An anderen Stellen ist die regellose räumliche Verteilung von Gitterstörungen, Korngrenzen und Einschlüssen, die als Störungen für die Blochwände wirken können, nur durch Auswölbungen zulassen, die von der Zylinderform im Sinne von Abb. 5 mehr oder weniger weitgehend abweichen, so daß eine zusätzliche Hemmung der Auswölbung durch Streufelder infolge der bei der Auswölbung entstehenden „Ladungsdichte“ der Wände eintritt. Bekanntlich ist nun die Wandversteifung durch diesen zusätzlichen Einfluß um so schwächer, je größer der Quotient  $\mu_0 M_s^2 / K_1$  der betreffenden Werkstoffe ist [29]. Die Ursache dafür liegt darin, daß die spontane Magnetisierung  $M_s$  zu beiden Seiten der gewölbten Wand nicht als starr ( $K_1 \rightarrow \infty$ ) angesehen werden darf, sondern in der Nähe der Wand aus der ursprünglichen Richtung so ausgelenkt wird, daß die Ladungsdichte der Wand und somit die Energie des Streufeldes abgebaut werden. Besonders bei Legierungen mit extrem kleiner Anisotropiekonstante  $K_1$ , z. B. schnell abgekühlten (atomar ungeordneten) FeNi-Legierungen mit etwa 70 bis 80 % Ni, ist die demnach die versteifende Wirkung der Wände durch magnetischen Flächenladungen der sich ausbildenden Wand praktisch beliebig stark vermindert. Die folgenden quantitativen Abschätzungen der Anfangspermeabilitäten von FeNi-Legierungen gehen nun darauf, daß außer vielleicht bei Eisen und Nickel wegen verhältnismäßig kleiner Beträge  $\mu_0 M_s^2 / K_1$  kaum eine erhebliche Korrektur aufgrund der Streufelder notwendig wird. Dies folgt insbesondere aus der Beobachtung, daß in der Umgebung des Nulldurchgangs von  $K_1$  bei etwa 76 % Ni eine Anpassung der im folgenden abgeleiteten Beziehungen an die Meßergebnisse keine anderen Zahlenwerte eines gewissen Werkstoffparameters benötigt werden als bei Nickel und den anderen Legierungen der FeNi-Reihe mit viel kleineren Beträgen  $\mu_0 M_s^2 / K_1$ .

Eine weitere Begünstigung zylinderförmiger Wölbungen trotz regelloser Verteilung der Haftstellen ist ebenfalls zu erwarten, weil es an vielen Stellen des Werkstoffs energetisch vorteilhaft sein muß, daß die angenähert zylindrische Wölbung durch irreversibles Ablösen der Wand von geometrisch besonders ungünstig gelegenen einzelnen Haftstellen ermöglicht wird. In diesem Falle würde es sich um einen elementaren Beitrag zum Hystereseverlust im Rayleigh-Bereich schwacher Felder handeln. Auch

$\approx 100$  für Fe, 60 für Ni, 4000 für atomar ungeordnete Leg. mit 70 oder 80 % Ni,  $> 4000$  zwischen 70 und 80 %

bei fast streng zylinderförmigen Auswölbungen im Sinne von Abb. 5 würde im realen Kristall natürlich Hysterese entstehen, da die Wände beim Auswölben über kleine Potentialschwellen an Gitterstörungen aller Art und feinkörnigen Einschlüssen irreversibel hinweggehoben werden müssen. Auf modellmäßige Vorstellungen über solche Hystereseursachen im Rayleigh-Bereich soll jedoch in der vorliegenden Betrachtung noch nicht näher eingegangen werden; vgl. [31].

Unter den hier skizzierten Umständen und wegen der folgenden zahlenmäßigen Befunde erscheint es gerechtfertigt, die zusätzliche Hemmung der Auswölbung durch Streufelder während des Auswölbens zunehmenden „freien“ Ladungsdichte der Wände versuchsweise zu vernachlässigen. (Wegen der statistisch unregelmäßigen Anfangswölbungen der Wände im Ausgangszustand gibt es übrigens auch Stellen, wo bei wachsender Feldstärke zunächst ein Einbrennen der Wand, also ein Abbau ihrer Ladungsdichte eintritt.) Eine Abschätzung der durch diese Vernachlässigung möglichen Fehler der folgenden Ableitungen, insbesondere bei Werkstoffen mit hoher Anisotropie, soll an anderer Stelle nachgetragen werden. Da diese Abschätzung wegen der weitgehenden Unkenntnis der maßgebenden inneren Werkstoffzustände vorläufig nur von recht unsicheren Annahmen ausgehen kann, sind die folgenden zahlenmäßigen Befunde auch als Anreiz für genauere theoretische Modellbilder und Rechnungen gedacht; vgl. [22].

Wir nehmen im Sinne dieser Vorbemerkungen nun für unsere rechnerische Abschätzung einen Durchschnittsbetrag  $s$  der Spannweite von Wandwölbungen (Abb. 5) an und erwarten höchstens eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung der daraus folgenden Abschätzungen mit plausiblen Zahlenwerten für  $s$ . In vielen Fällen findet man feindisperse Ausscheidungen in Abständen zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-3}$  cm, die beispielsweise mit den Kantenlängen der Mosaikstruktur bzw. Veretzungsblöcke zusammenfallen. Wir werden zeigen, daß die zur Deutung von  $\alpha_a$  und  $\Delta E$  erforderlichen Beträge von  $s$  im allgemeinen zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-3}$  cm liegen, d. h. bei rund  $10^{-3}$  bis 100-facher Wanddicke  $\delta_{90^\circ}$  von Nickel.

### 5. Anfangssuszeptibilität $\alpha_a$

Unter diesen vereinfachenden Voraussetzungen läßt sich die Anfangssuszeptibilität  $\alpha_a$  und der  $\Delta E$ -Effekt  $\Delta(1/E)$  des Modells nach Abb. 5 leicht berechnen. Da sich die Ansätze von den bekannten Ausgangsgleichungen zur Berechnung von Wandverschiebungen nur wenig unterscheiden (s. z. B. [15], [19]), wird die folgende Darstellung kurz gehalten. Die Rechnung ähnelt der früheren Berechnung eines physikalisch überholten Modells [15, S. 72], jedoch mit dem wesentlichen Unterschied, daß die Vergrößerung der Wandfläche  $F$  nun allein durch Auswölben, nicht wie früher durch Verschieben der ebenen Wände an den kugelförmig angenommenen Fremdeinschlüssen stattfindet. Es ist daher von vornherein zu übersehen, daß der Durchmesser der Einschlüsse in die neue Rechnung nicht unmittelbar eingeht. Er ist nur insofern nicht unwesentlich, als eine gewisse Größe der Fremdkörper für ein hinreichendes Haften der Blochwände benötigt wird.



Damit ergibt sich für  $90^\circ$ -Wände<sup>1</sup> im Felde  $H$  entsprechend Abb 5

$$\mu_0 M_s H \cdot \Delta V = \gamma_{90^\circ} \cdot \Delta F. \quad (11)$$

Unter Benutzung bekannter Näherungsformeln für schwach gekrümmte Parabelbögen an Stelle der tatsächlich vorliegenden Kreisbögen gilt

$$\Delta V = \frac{2}{3} \cdot s \cdot h \cdot f \quad \text{und} \quad F = s \cdot h \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{s^2} \right) \quad (12)$$

für die Zunahme des linken Bezirksvolumens  $V$  und die Vergrößerung der Wandfläche  $F$  in Abhängigkeit von der Pfeilhöhe  $f$ .

$$\gamma_{90^\circ} = \frac{a}{2} \sqrt{A_0 K_1} \cdot \frac{M_s}{M_0} = \frac{M_s}{2 M_0} \sqrt{\frac{K_1 k T_c}{a}} \quad (13)$$

ist die Wandenergie nach BLOCH; vgl. z. B. [2, S. 814ff.]. Der Faktor  $M_s/M_0$  berücksichtigt die Temperaturabhängigkeit der Austauschenergie bzw. der Spinwellen. Die Bedeutung der übrigen Formelzeichen entspricht den Zeichen für (10). Streng genommen hängt die Wandenergie  $\gamma_{90^\circ}$  merklich von der Lage der Wand im Kristallgitter ab [16]. Für unsere größenordnungsmäßige Abschätzung braucht dies nicht berücksichtigt zu werden. Für den Grenzfall sehr schwacher Felder liefert (11) mit (12)

$$H = \frac{\gamma_{90^\circ}}{\mu_0 M_s} \cdot \frac{dF/df}{dV/df} = \frac{\gamma_{90^\circ}}{\mu_0 M_s} \cdot 8 \frac{f}{s^2}. \quad (14)$$

Die Anfangssuszeptibilität ergibt sich aus

$$\kappa_a = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{dM/df}{dH/df}. \quad (15)$$

Darin bedeutet  $dM$  die pauschale (technische) Magnetisierungszunahme des makroskopischen Werkstoffs bei wachsender Pfeilhöhe  $f$  des Krümmungsbogens (Abb. 5). Unter der durch viele Experimente mit Bitterstreifen gut begründeten Annahme lamellenförmiger Elementarbezirke mit der durchschnittlichen Lamellendicke  $b$  ändert sich die Magnetisierung  $M$  in der Richtung des äußeren Feldes  $H$  bei  $90^\circ$ -Wandverschiebungen im Sinne von Abb. 5 um

$$\Delta M = M_s \cdot \frac{\Delta V}{V} = M_s \cdot \frac{\Delta V}{b \cdot s \cdot h} = M_s \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{s \cdot h \cdot f}{s \cdot h \cdot b}.$$

Damit folgt  $dM/df = \frac{2 M_s}{3 b}$  und aus (14) schließlich die Anfangssuszeptibilität

$$\kappa_a = \frac{1}{6} \frac{\mu_0 M_0 \cdot \sqrt{a} \cdot s^2}{\sqrt{k T_c b}} \cdot \frac{M_s}{\sqrt{K_1}} \quad (16)$$

unseres Modells nach Abb. 5. Der Faktor  $M_s/\sqrt{K_1}$  enthält die wesentlich temperaturabhängigen Werkstoffparameter und stimmt mit dem in gewissen Fällen experimentell gefundenen Temperaturgang von  $\kappa_a$  (z. B. Abb. 2) genau überein, erfüllt also die entsprechend vorangestellte Forderung (Abschnitt 1)<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Für Nickel bei Raumtemperatur müßte man in Abb. 5 streng genommen eine  $109^\circ$ -Wand annehmen:  $M_s \parallel [\bar{1}11]$  bzw.  $[\bar{1}11]$ , Blochwand (bei  $H=0$ )  $\parallel [101]$ . Vgl. [24]. In Anbetracht der viel erheblicheren Vereinfachungen lohnt sich zunächst nicht die genauere Rechnung für  $109^\circ$ -Wände in der angeführten Orientierung.

<sup>2</sup> Anm. bei der Korr.: Auf die überraschende Folgerung, daß somit die mittlere Dicke  $b$  der WEISSschen Bezirke nicht immer merklich von der Temperatur abhängt, wird anhand weiterer Bestätigungen der Proportionalität mit  $M_s/\sqrt{K_1}$  bzw. auch  $M_s/\sqrt{K_1 + K_2}$  entsprechend Gl. (16) durch bekannte Meßbefunde an Eisen, Kobalt und  $Mn_2Sb$  an anderer Stelle näher eingegangen [30].

Wenn man das Modell nach Abb. 5 noch über quasiisotrope Richtungsverteilung der Kristallite vielkristallinem technischen Nickel mitteln wollte, erhielte man einen etwas kleineren Zahlenfaktor (16) als  $1/6$ . Wegen der groben Idealisierungen des Modells lohnt sich vorläufig eine solche Mitte nicht. Immerhin ermöglicht (16) einen Vergleich bekannten Meßbefunden, der nur den Nachweis bringen soll, daß (16) keine unvernünftigen Größenordnungen liefert. Für Nickel gelten bei  $20^\circ C$  folgenden Zahlenwerte:

$M_0 = 6400 \text{ Oe} = 5100 \text{ A/cm}$ ,  $a = 3,5 \text{ \AA}$ ,  $k = 1, 10^{-16} \text{ erg/grd}$ ,  $T_c = 630^\circ \text{ K}$ ,  $K_1 = 4,8 \cdot 10^4 \text{ erg/cm}^2$ ,  $M_s = 6100 \text{ Oe} = 4900 \text{ A/cm}$ . Mit diesen Werten folgt aus (16)

$$\mu_a - 1 = \kappa_a = 1,5 \cdot 10^6 \frac{s^2}{b \text{ cm}} \quad (\text{Nickel}).$$

Die Meßwerte der Literatur für weiches Nickel mit technischen Verunreinigungen liegen etwa zwischen 100 und 500, vgl. z. B. [3], [2] und Abb. 2. diesen Bereich gelangt man z. B. mit den Wertpaaren ( $s = 10^{-3} \text{ cm}$ ,  $b = 10^{-2} \text{ cm}$ ) oder ( $s = 10^{-4} \text{ cm}$ ,  $b = 10^{-3} \text{ cm}$ ). Das sind vernünftigen Größenordnungen, denn die bisher bekannten Zustände von Bitterstreifen auf Ni-Kristallkörnern erstrecken sich von  $10^{-3}$  bis  $10^{-2} \text{ cm}$  [24], [29]; zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-3} \text{ cm}$  liegen sehr häufig die Zustände der mikroskopisch sichtbaren Teilchen heterogener Verunreinigungen. Feinste Teilchen mit kleineren Abständen als etwa  $10^{-4} \text{ cm}$  ( $\approx 10$ -fache Wanddicke  $\delta_{90^\circ}$ ) hemmen die Wandwölbung vielleicht nur vorübergehend während des Feldanstiegs und tragen so zur Hysterese im Rayleigh-Bereich schwacher Felder bei. Dies dürfte besonders für Teilchendurchmesser  $d \ll \delta$  gelten. Hierzu sind weitere experimentelle Erfahrungen — auch über die Temperaturabhängigkeit des Hysteresebeiwertes  $h$  — wünschenswert.

Der Faktor  $s^2/b$  in (16) ist als ein effektiver Mittelwert des Werkstoffs anzusehen, der bei planmäßigen Experimenten zur Nachprüfung des hier vorgeschlagenen Modells wahrscheinlich genauer auf meßbare Werkstoffzustände zurückgeführt werden könnte.

KORNETZKI hat darauf hingewiesen, daß die Spannungs-Dehnungskurve eines weichen ferromagnetischen Stoffes gleichartigen Gesetzmäßigkeit gehorcht wie die Magnetisierungskurve. Bei sehr geringen Spannungen  $\sigma$  gleicht die Spannungs-Dehnungskurve der magnetischen Rayleighschleife ([2], [12], S. 365ff.). Man mißt eine magnetoelastische Hysterese, die bei äquivalenter Feldaussteuerung für Magnetisierungs- und Spannungs-Dehnungskurve angenähert gleich ist. In unserem Modell nach Abb. 5 sollte diese Gleichheit der Hystereseverluste dann auftreten, wenn die Spannung  $\sigma$  bzw. die äquivalente Feldstärke  $H$  zum gleichen Biegungsmoment führen. Aus (14) und (22) folgt dafür

$$\sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu_0 M_s}{\lambda_s} \cdot H,$$

$$\sigma \approx 0,1 \frac{H}{\text{Oe}} \text{ kp/mm}^2 \quad (\text{Nickel}).$$

Es muß jedoch damit gerechnet werden, daß die Hysterese der Magnetisierungskurve auch bei äquivalenten Größen  $\sigma$  bzw.  $H$  merklich größer gemessen werden könnte als die der Spannungs-Dehnungskurve.



re, denn im ersten Fall können zusätzliche  $180^\circ$ -Umschichtungen auftreten, die von der Zugspannung im allgemeinen nicht angeregt werden. Man sieht findet man hierdurch einen weiteren experimentellen Weg zur Bestimmung des Anteils der  $180^\circ$ -Umschichtungen an der Magnetisierung im Rayleigh-Bereich.

### Die Theorie der Anfangspermeabilität der FeNi-Legierungen

Überraschende Ergebnisse erhält man bei der Anwendung der Beziehung (16) auf die technischen Fe-Nickel-Legierungen. In Abb. 6a und 6b sind

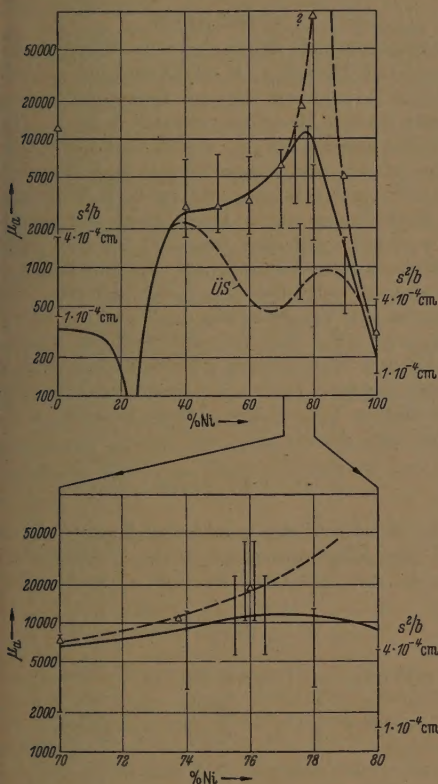


Abb. 6a. Anfangspermeabilitäten  $\mu_0 = 1 + \chi_a$  von rekristallisierten Legierungen. (—) = Meßwerte bei technischer Reinheit (vgl. z. B. [2], S. 5–12, 13–42).  $\Delta$  = „theoretische Höchstgrenzen“ nach Gl. (17), berechnet aus Gl. (16) mit der Annahme  $s^2/b = 1 \cdot 10^{-4}$  bis  $4 \cdot 10^{-4}$  cm,  $\chi_a$  bei regelmäßiger Atomordnung (Überstruktur  $\text{Ni}_3\text{Fe}$ , [2], Fig. 5–12).

Abb. 6b. Wie Abb. 6a, jedoch Bereich zwischen 70 und 80% Ni vergrößert.

gezeichnete Meßwerte (—) der Anfangspermeabilität  $\mu_0$  reiner, rekristallisierter Legierungen der Fe-Ni-Reihe eingetragen (z. B. [2], Fig. 5–12 und 13–42). Die Zeichen  $\Delta$  bedeuten die „theoretischen Höchstwerte“ nach einer primitiven Abzugsformel, die sich trotz bedenklich einfacher Voraussetzungen empirisch über Erwarten bewährt hat [9]. Die mit den Zeichen  $\Delta$  eingetragenen Beträge sind nach Gl. (16) aus den bekannten Zahlenwerten  $M_0$ ,  $M_s$ ,  $T_0$  und  $K_1$  (s. z. B. [2], Fig. 12–14, 5–3, 5–8, 5–9, 5–11) berechnet. Zur Anpassung an die Meßwerte genügte für sämtliche Zusammensetzungen der Legierungen ungefähr der gleiche Bereich  $s^2/b = 1 \cdot 10^{-4}$  bis  $4 \cdot 10^{-4}$  cm, der auch den Abfall von  $\mu_0$  durch Überstrukturbildung in der Umgebung

von 76% Ni ( $\text{Ni}_3\text{Fe}$ ) größenordnungsmäßig richtig wiedergibt, wenn man nach [2, Fig. 12–14] den entsprechenden erhöhten  $K_1$ -Betrag in (16) einsetzt. Natürlich folgt aus (16) formal eine Unendlichkeitsstelle für  $\mu_a$  beim Nulldurchgang von  $K_1$ , also nahe bei 76% Ni im abgeschreckten bzw. nahe bei 64% Ni im Überstruktur-Zustand; vgl. Abb. 6b. Daß sich diese Unendlichkeitsstelle nicht einmal in einem Höchstwert bei den genannten Zusammensetzungen bemerkbar macht, beruht nach bekannten Erfahrungen wahrscheinlich auf der zusätzlichen oberen Begrenzung von  $\mu_a$  durch die magnetostriktiven Miu-

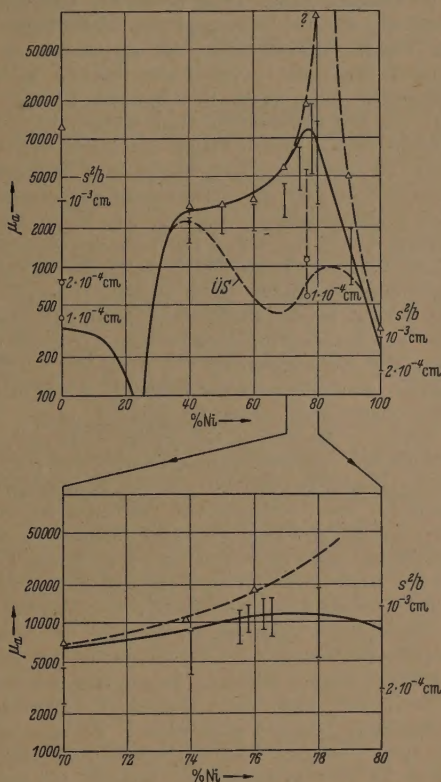


Abb. 7a/b. Wie Abb. 6, jedoch theoretische Beträge  $\chi_a$  abgeschätzt mit Gl. (19) unter der Annahme  $s^2/b = 2 \cdot 10^{-4}$  bis  $1 \cdot 10^{-3}$  cm.

destspannungen in der Größenordnung  $\lambda_s \cdot E$ , die nach [9] ungefähr die Höchstwerte in Abb. 16 liefern<sup>1</sup>. Es liegt daher nahe, die Beziehung (16) versuchsweise mit der alten Abschätzungsformel

$$(\mu_a - 1)_{\max} = (\chi_a)_{\max} \approx \frac{2}{9} \cdot \frac{\mu_0 M_s^2}{\lambda_s^2 E} \quad (17)$$

nach [9] so zu vereinigen, daß die Meßwerte auf das Zusammenwirken von magnetostriktiven Eigenspannungen und von Wandwölbungen im Sinne von Abb. 5 zurückgeführt werden können. Der einfachste plausible Ansatz hierfür ist

$$\frac{1}{\chi_a} \approx \frac{1}{(\chi_a)_{\max, (17)}} + \frac{1}{(\chi_a)_{(16)}} \quad (18)$$

<sup>1</sup> Anm. bei der Korr.: Außerdem kann die Unendlichkeitsstelle von (16) praktisch deshalb nicht auftreten, weil bei  $K_1 = 0$  die äquivalente Anisotropiewirkung  $3/2 \cdot \lambda_s^2 \cdot E$  größenordnungsmäßig in (16) eingeht und dann mit  $s^2/b = 2 \cdot 10^{-4}$  cm etwa  $\mu_a = 10000$  bei  $K_1 = 0$  ergibt.



vgl. [19, Gl. (8)]. Daraus folgt mit (16) und (17) schließlich die Beziehung

$$\kappa_a \approx \frac{2}{9} \cdot \frac{\mu_0 M_s^2}{\lambda_s^2 \cdot E} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{M_s}{M_0} \cdot \frac{\sqrt{k T_c K_1/a} \cdot b}{\lambda_s^2 \cdot E \cdot s^2}} \quad (19)$$

Mit den bekannten Zahlenwerten der FeNi-Legierungen ergibt (19) die in Abb. 7a und 7b eingetragenen Anfangspermeabilitäten (Zeichen I), wenn nunmehr zur Anpassung der Bereich  $s^2/b = 2 \cdot 10^{-4}$  bis  $10^{-3}$  cm gewählt wird. Bei diesem Deutungsversuch des „Permalloy-Problems“ benötigt man allerdings für technisches Eisen ohne besondere Reinigungsbehandlung und für lange geglühte Legierungen mit etwa 76% Ni (Überstruktur) zur Anpassung an die normalen Meßwerte<sup>1</sup> etwas abweichende kleinere Zahlenwerte  $s^2/b$ , etwa im Bereich  $1 \cdot 10^{-4}$  bis  $2 \cdot 10^{-4}$  cm. Das erscheint durchaus erklärlich, da man gerade in diesen beiden Fällen mit einem erhöhten Gehalt an heterogen ausgeschiedenen Verunreinigungen rechnen darf, die im Durchschnitt kleinere Abstände  $s$  wahrscheinlich machen. Bei Eisen könnte außerdem wegen des hohen Betrages von  $K_1$  die zusätzliche Versteifung der Wände durch die Streufeldenergie eine merkliche Rolle spielen. Dagegen ist dieser Einfluß bei den flächenzentrierten FeNi-Legierungen anscheinend nicht wesentlich, da in der Umgebung des Nulldurchgangs von  $K_1$  in Abb. 7b keine merkliche Anomalie sichtbar wird (vgl. Abschnitt 4).

Wie insbesondere Abb. 7b deutlich zeigt, wird das bekannte Maximum von  $\mu_a$  bei etwa 78% Ni durch die sehr primitiv gewonnene Formel (19) mit überall gleichem Faktor  $s^2/b$  zwanglos wiedergegeben. Wenn auch die Ableitung von (19) zunächst recht gewagt und unzureichend begründet erscheinen muß, so dürfte sich doch auf Grund der Abb. 6 und 7 eine genauere experimentelle und theoretische Prüfung der hier vorgeschlagenen Modellvorstellungen lohnen. Dabei kann wiederum die Messung der Temperaturabhängigkeit von  $\mu_a$ , besonders in den Fällen mit ähnlich starker Wirkung beider angenommenen Einflüsse, die sich etwa gemäß (18) überlagern, entscheidende Bedeutung gewinnen. Es muß allerdings später genauer beachtet werden, daß der gemessene TG von  $\mu_a$  bei Nickel bis 200°C (Abb. 2) zwar von Gl. (16), aber nicht von Gl. (18) und (19) genau wiedergegeben wird. Es gibt in der Literatur noch zu wenige Unterlagen, aus denen man heute schon entsprechende Folgerungen für eine bessere theoretische Überlagerung der beiden Wirkungen im Sinne der Abschätzungsformeln (16) und (17) ziehen könnte als durch den primitiven Ansatz (18).

Bei höchster Reinheit tritt der Einfluß der Wandwölbungen wegen der dann fehlenden Fixierstellen offenbar hinter der Wirkung der magnetostriktiven Restspannungen (Gl. (17)) zurück. Bekanntlich erreicht man bei extrem reinem Eisen  $\mu_a = 10000 \dots 20000$ , in größenordnungsmäßigem Einklang mit (17). Die Länge der Zeichen I in Abb. 7 ist nach unseren zugrundegelegten Anschauungen ein Maß für die Empfindlichkeit der Anfangspermeabilität gegenüber Schwankungen im Gehalt und in der räumlichen Verteilung von heterogenen Gefügeeinschlüssen (Verunreinigungen), etwa infolge von Schwankungen in

den Herstellungsbedingungen verschiedener Feungschargen. Es entspricht durchaus der Erfahrung, daß Eisen in diesem Sinne besonders empfindlich, die Legierungen um 50% Ni herum und Nickel besonders unempfindlich sind.

Eine entsprechende Rechnung für Kobalt, wegen seiner großen Kristallanisotropie und achsigen Symmetrie für Wandwölbungen bevorzugt in Betracht kommen dürfte, wird an anderer Stelle nachgetragen werden, da uns hier im Zusammenhange mit dem  $\Delta E$ -Effekt die 180°-Wandwölbungen nicht interessieren, vgl. [30].

### 7. $\Delta E$ -Effekt

Anstelle der als Druck gegen die Wand wirkenden potentiellen Energie  $\mu_0 M_s H$  (Dimension eines Druckes!) in (11) haben wir zur Berechnung des  $\Delta E$ -Effekts unseres Modells nach Abb. 5 die zusätzliche elastische Energie  $3/2 \cdot \lambda_s \cdot \sigma$  je Einheit des Wölbungsvolumens für die Vergrößerung der Wandenergie  $\gamma_{90^\circ} \cdot \Delta F$  zur Verfügung, da in dem Volumen der Auswölbung durch Querstellen der spontanen Magnetisierung (Nickel mit  $\lambda_s < 0$ !) die magnetostriktive Zusatzdehnung  $3/2 \cdot \lambda_s$  die äußere Zugschpannung  $\sigma$  entlastet zugunsten der im Idealfall reversibel zur Vergrößerung der Wand erforderlichen Energie  $\gamma \cdot \Delta F$ . Ein Teil der elastisch gespeicherten Energie im Volumen  $\Delta V$  wird also umgelagert in den gleichen Betrag an Oberflächenenergie der vergrößerten Wandfläche. Damit erhalten wir genau analog zum Ansatz (11)

$$\frac{3}{2} \lambda_s \cdot \sigma \cdot \Delta V = \gamma_{90^\circ} \cdot \Delta F. \quad (20)$$

An die Stelle der pauschalen Magnetisierung tritt hier eine durchschnittliche magnetostriktive Dehnung für das Gesamtvolumen des Werkstoffes

$$\epsilon_m = \frac{3}{2} \cdot \lambda_s \cdot \frac{\Delta V}{V} = \lambda_s \cdot \frac{f}{b}. \quad (21)$$

Aus (20) folgt mit (12) wie bei (14)

$$\sigma(f) = \frac{2}{3} \cdot \frac{\gamma_{90^\circ}}{\lambda_s} \cdot \frac{dF/df}{dV/df} = \frac{16}{3} \frac{\gamma_{90^\circ}}{\lambda_s} \cdot \frac{f}{s^2}. \quad (22)$$

Daraus ergibt sich mit (21) und (13)

$$\epsilon_m = \frac{3 M_0 \sqrt{a} \cdot s^2}{8 b \sqrt{k T_c}} \cdot \frac{\lambda_s^2}{M_s \sqrt{K_1}} \cdot \sigma. \quad (23)$$

Nun gilt bekanntlich  $\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \epsilon_0 + \epsilon_m$ , also nach Division durch  $\sigma$  bei hinreichend kleinen Spannungen  $\sigma$  auch

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E_0} + \frac{\epsilon_m}{\sigma} \quad \text{und} \quad \frac{1}{E} - \frac{1}{E_0} = \Delta \left( \frac{1}{E} \right) = \frac{\epsilon_m}{\sigma}. \quad (24)$$

Wir erhalten demnach als  $\Delta E$ -Effekt schließlich

$$\frac{1}{E} - \frac{1}{E_0} = \Delta \left( \frac{1}{E} \right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{M_0 \sqrt{a} s^2}{\sqrt{k T_c} b} \cdot \frac{\lambda_s^2}{M_s \sqrt{K_1}}. \quad (25)$$

Auch hier liefert unser Modell genau den empirischen „Temperaturfaktor“  $\lambda_s^2/(M_s \sqrt{K_1})$  der Meßergebnisse von KÖSTER (Abb. 3). Eine absolute Prüfung mit den oben für  $\kappa_a$  benutzten Wertepaaren  $(s, b)$  übrigt sich, da sich durch Einsetzen von  $\kappa_a$  aus (19) in (24) ebenso wie nach der Spannungstheorie von KÖSTER quantitativ bestätigte Beziehung

<sup>1</sup> Bei technischem Eisen je nach Reinheit  $\mu_a = 200 \dots 2000$ .



nt. Tatsächlich finden wir durch diese Substitu-

$$\Delta\left(\frac{1}{E}\right) = \frac{9}{4} \cdot \frac{\lambda_s^2}{\mu_0 M_s^2} \cdot \kappa_a. \quad (25)$$

Die fast genaue Übereinstimmung mit (8) ist beglückend, aber nicht überraschend, denn ebenso wie der Ableitung von (8) wird hier für die Berechnung von  $\kappa_a$  und  $\Delta(1/E)$  ein gleicher Hemmvorgang über Arbeit gegen Eigenspannungen, hier Oberflächenenergie — zugrunde gelegt. Abgesehen von den Zahlenunterschieden durch etwas verschiedene Mittelbildung muß daher jedes der sehr verschiedenen Modelle zur Beziehung (8) bzw. (25) genügen. Dagegen ist es mit (24) meines Wissens erst- und einzig gelungen, den  $\Delta E$ -Effekt zunächst versuchsweise auch in dem Temperaturbereich auf bestimmte Werkstoffkonstanten zurückzuführen, in dem man die physikalische Natur der von KÖSTER formal benutzten Hindernisgröße  $\sigma_k$  nicht erklären konnte. Aus der Literatur ist ein Meßbefund über den  $\Delta E$ -Effekt eines Eisenkristalls bekannt, dessen Orientierung unserem Modell nach Abb. 5 angenähert entspricht, da die Spannung  $\sigma$  ungefähr in der [100]-Richtung (13° Abweichung) angelegt wurde und die leichte Würfelsymmetrie der Vorzugslagen mit den Wänden dem Modell der Abb. 5 näher kommt. NICKEL ([25], vgl. [2], S. 696). KIMURA fand in einem Falle  $\Delta E/E_0 = 0,6\%$ . Leider fehlen ausstehende Angaben über den Werkstoffzustand des Eisens oder die Anfangspermeabilität. Für eine Abschätzung der Größenordnung durch Formel (24) erhalten wir für Eisen bei Raumtemperatur (vgl. (7a))  $(\lambda_s)_{100} = 2 \cdot 10^{-5}$

$$= E_0 \cdot \Delta\left(\frac{1}{E}\right) = \frac{21000 \text{ kp/mm}^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2,9 \cdot 10^{-8} \text{ cm} \cdot 4 \cdot 10^{-10} \cdot s^2}}{8 \cdot \sqrt{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 1043 \cdot 4,4 \cdot 10^5 \text{ erg}^2/\text{cm}^3 \cdot b}} \quad (26)$$

$$\frac{\Delta E}{E_0} \approx 2 \cdot 10^4 \frac{s^2}{b \text{ cm}} \%. \quad (26)$$

Der Meßwert 0,6% würde also der Annahme  $s = 0,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$  entsprechen. Die Abweichung der Abschätzung gegen die oben benutzten Werte  $s^2/b$  ist nicht so groß, daß eine einwandfreie weitere Prüfung an Einkristallen mit experimentellen Unterlagen über die Durchschnittsgrößen  $s$  und  $b$  aussichtslos erscheint. Wenn die Spannung  $\sigma$  auch in der Richtung der Würfelkante [100] angelegt worden wäre, hätte man ohnehin einen etwas größeren Betrag  $\Delta E/E_0$  messen müssen.

Durch Anwendung der Neutronenbeugung mit Polarisation ist es bekanntlich gelungen, die Methode der Bitterstreifen dahingehend zu ergänzen, daß für die innere der Eisenprobe eine Durchschnittsgröße der Weißschen Bezirke gemessen werden kann [26]. Auch der dabei an dünnen Folien aus Armco-Eisen ermittelte Betrag in der Größenordnung  $10^{-4} \text{ cm}$  stimmt ohne weiteres mit unserer Lamellendicke  $b$  überein, so daß es gesetzt werden darf, so bestehen doch verlässliche Aussichten, die in unsere Abschätzungsformel eingehenden Parameter  $s$  und  $b$  mindestens größenordnungsmäßig einer Messung zugänglich zu machen. Eine Messung der maßgebenden Abstände  $s$  an gemeinsamen Fixierstellen der Wand kommt das Elektronenmikroskop in Betracht. Über Versuche zur weiteren Nachprüfung der hier benutzten Modell-

vorstellungen werden wir in absehbarer Zeit berichten, vgl. [30].

Die Messungen von KÖSTER haben sehr deutlich die Grenze aufgezeigt zwischen den Werkstoffzuständen, wo der Einfluß von  $K_1$  überwiegt (Wandwölbung) bzw. wo die Wirkung echter Eigenspannungen vorherrscht. Durch Vergleich der Beziehungen (7) und (24) kann man leicht denjenigen Spannungsbetrag  $\sigma_i$  abschätzen, der im Sinne der alten Spannungstheorie ungefähr die gleiche Wirkung auf Anfangspermeabilität und  $\Delta E$ -Effekt ausüben sollte wie die maßgebenden anderen Werkstoffeigenschaften im Sinne des Modells der Wandwölbung. Es ergibt sich hierfür

$$\sigma_i' = \frac{b \cdot \sqrt{k T_c}}{s^2 \cdot M_0 \cdot \sqrt{a}} \cdot \frac{M_s \sqrt{K_1}}{\lambda_s}. \quad (27)$$

Setzt man in (27) die Zahlenwerte für Eisen bei 600° C ein, wiederum mit dem früher benutzten Wertepaar ( $s = 10^{-3} \text{ cm}$ ,  $b = 10^{-2} \text{ cm}$  oder gleichwertig:  $s = 10^{-4}$ ,  $b = 10^{-4} \text{ cm}$ ), so folgt  $\sigma_i' \approx 4 \text{ kp/mm}^2$ . Da selbst bei 600° C erst ein so hoher Betrag der Eigenspannungen  $\sigma_i$  instände wäre, etwa die gleiche Wirkung wie die Parameter für die Wandwölbung zu erzielen, ist im Rahmen der Wölbungshypothese zwanglos verständlich, daß die Formel (16) bis mindestens 600° C den gemessenen TG der Anfangspermeabilität von weichem technischen Eisen recht befriedigend wiedergibt (vgl. Abschnitt 5 und [30]).

### 8. Temperaturgang des Elastizitätsmoduls

Entsprechend den bekannten Ergebnissen der Spannungstheorie (vgl. [8]) kann man für den vermuteten Gültigkeitsbereich der Wölbungshypothese eine Bedingung für die Temperaturkompensation des  $E$ -Moduls aufstellen. Da diese Kompensation für weiche, rekristallisierte Werkstoffe, die man kaum als Federn oder Schwingkörper (Stimmgabeln u. dgl.) verwenden kann, wenig Interesse hat, darf man von vornherein  $\Delta E \ll E_0$  setzen und erhält damit

$$\frac{dE}{dT} = \frac{dE_0}{dT} - \frac{d\Delta E}{dT} = \frac{dE_0}{dT} - E_0^2 \frac{d\Delta(1/E)}{dT} \quad (28)$$

und wegen  $E_0 \cdot \Delta(1/E) \ll 1$  auch angenähert

$$\frac{dE}{dT} = \frac{dE_0}{dT} - E_0^2 \cdot \frac{3 \cdot M_0 \sqrt{a} \cdot s^2}{8 \cdot b \cdot \sqrt{k T_c}} \cdot \frac{d}{dT} \left( \frac{\lambda_s^2}{M_s \cdot \sqrt{K_1}} \right). \quad (29)$$

Durch Variation der Legierungszusammensetzung läßt sich der Faktor  $d/dT$  (...) beeinflussen, der nahezu temperaturunabhängige Faktor davor außerdem durch Veränderung von  $s$  und  $b$ , so daß es grundsätzlich möglich ist, im Sinne von (29) bei geeigneten Werkstoffen den TG des  $E$ -Moduls bei bestimmten Temperaturen (z. B. Raumtemperatur) zum Verschwinden zu bringen. Bei den bekannten Unruhespiralen (z. B. Nivarox) mit Temperatur- und Amplitudenkompensation (s. [8]) scheint allerdings nicht eine vorherrschende Wirkung nach (29) vorzuliegen. Wenn auch die Konstante  $K_1$  dieser Vielstofflegierungen nicht bekannt ist, so legt doch eine Abschätzung von  $\sigma_i'$  aus (27) für benachbarte Eisen-Nickel-Legierungen (z. B. 40% Ni), wobei man die Größenordnung  $1 \text{ kp/mm}^2$  erhält, die Folgerung nahe, daß die viel höheren Eigenspannungen des betriebsmäßigen Nivarox in der Größenordnung  $10 \text{ kp/mm}^2$  einen Mechanismus im Sinne der alten Spannungstheorie



bedingen und die von F. STRAUMANN, G. MOHR und O. SUTTER [8, S. 126] aus ihren Experimenten an Nivarox und anderen Legierungen gezogenen Schlüsse weiterhin zu Recht bestehen. Das schließt nicht aus, daß Wandwölbungen oder Wandhemmungen (ohne Wölbung) durch feindisperse Ausscheidungen (vgl. z. B. [19]) in derartigen Legierungen eine zusätzliche Wirkung ergeben oder daß es in Zukunft möglich sein kann, nach experimenteller Bestätigung der Abschätzungsformeln für die reversible Wandwölbung und Klärung der zulässigen Anwendungsbereiche neue Federlegierungen mit vorherrschendem Mechanismus der Wandwölbung zu entwickeln.

Es muß beachtet werden, daß man auch künftig mit der Möglichkeit von Werkstoffzuständen rechnen muß, die andere Elementarvorgänge reversibler Wandverschiebungen vorherrschend werden lassen als die hier zugrundegelegte Wandwölbung. Weitere experimentelle Erfahrungen werden zeigen, ob in manchen Fällen auch das früher benutzte Modell der Wandhemmung durch kleine Gefügeeinschlüsse mit  $d < \delta$  eine maßgebende Rolle spielt [18], [19]. Da — wie schon oben hervorgehoben — dieser früher behandelte Mechanismus nicht so wie die Wandwölbung die experimentell beobachteten Temperaturgänge nach Abb. 2 und 3 liefert und auch die Absolutwerte der Anfangspermeabilität von FeNi-Legierungen weniger befriedigend wiedergibt, scheint die hier eingeschlagene Richtung der Theorie im allgemeinen günstigere Aussichten zu bieten als der ältere Versuch in [19].

### Zusammenfassung

Nach bekannten Versuchsergebnissen von W. KÖSTER über den Temperaturgang (TG) der Anfangspermeabilität und des sogenannten  $\Delta E$ -Effekts von Nickel fehlt bisher eine physikalisch einwandfreie Theorie, mit der die von K. gefundene genaue Abhängigkeit dieser Meßgrößen von bestimmten Potenzen verschiedener Stoffkonstanten gedeutet werden könnte. Es wird gezeigt, daß die Befunde von KÖSTER sowie andere Meßergebnisse der Literatur sehr genau im TG und auch größenordnungsmäßig in den Absolutwerten der Anfangspermeabilität  $\mu_a$  und des  $\Delta E$ -Effekts verständlich gemacht werden können, wenn man aus dem bekannten Elementarvorgang der Wölbung der Blochwände neue Abschätzungsformeln für die genannten Größen  $\mu_a$  und  $\Delta E$  ableitet. Allerdings darf man modellmäßig nur zylindrische, nicht kissen- oder kugelförmige Wölbungen in bestimmter Orientierung zu den benachbarten Elementarbezirken zulassen, um die zuerst von NÉEL

kritisch beachteten Komplikationen durch in Streufelder in allen Fällen klein zu halten. Die bekannten Meßwerte  $\mu_a$  der FeNi-Legierungen geben sich zwanglos aus dem benutzten Modell reversiblen Wandwölbung in Verbindung mit früheren Annahme magnetostriktiver Eigenschaften nach der Glühbehandlung. Abschließend werden einige Folgerungen für die Federlegierung mit Temperaturkompensation kurz behandelt. I. ausreichende experimentelle Prüfung der Theorie steht noch aus.

**Literatur.** [1] BRUKHATOV, N. L. und L. V. KIRENS. Sowj. Phys. 12, 602 (1937), Techn. Phys. USSR 5, (1938); WILLIAMS, H. J. und R. M. BOZORTH: Phys. Rev. 55, 673 (1939); 56, 837 (1939) Meßpunkte in Abb. 1 n. CH. KITTEL, Rev. mod. phys. 21, 14 (1949), Fig. 19. — [2] ZORTH, R. M.: Ferromagnetism. Van Nostrand Comp. N. York 1951. Dort ausführliche Literaturübersicht. — [3] STER, W.: Z. Metallkunde 35, 68 (1943). — [4] KÖSTER, Z. Metallkunde 35, 57 (1943). — [5] KNELLER, E., in „Zur Theorie des Ferromagnetismus und der Magnetisierungskurve“ Springer-Verlag 1956. — [6] GERLACH, W.: Z. Physik 1286 (1952). — [7] KIRKHAM, D.: Phys. Rev. 52, 1162 (1943) vgl. [2]. S. 272. — [8] Festschrift für Reinhard Strauma Verlag J. F. Steinkopf, Stuttgart 1952, insbesondere Beiträge von W. KÖSTER, M. KERSTEN, W. DEISINGER, F. STRAUMANN, G. MOHR, O. SUTTER, E. BORER, W. KEIL. — [9] KERSTEN, Z. Techn. Phys. 12, 667 (1931); vgl. [2], S. 822; — [10] AKULOV, N. u. E. KONDOBSKY: Z. Physik 78, 801 (1932). — [11] BECKER: Phys. Z. 33, 911 (1932), M. KERSTEN: Z. Physik 85, 708 (1933). — [12] KERSTEN, M.: Z. Physik 508 (1932). — [13] BECKER, R., u. W. DÖRING: Ferromagnetismus, Springer Berlin 1939, S. 147 ff u. S. 336 ff. — [14] KAPLER, E. u. L. REIMER: Naturw. 40, 523 (1953). — [15] REIMER, L.: Z. angew. Phys. 6, 489 (1954). — [16] KERSTEN, M.: Phys. Z. 44, 63 (1943). — [17] NÉEL, Cahiers de Phys. 25, 1 u. 21 (1944). — [18] NÉEL, L.: Ann. Univ. Grenoble 22, 299 (1947). — [19] DIJKSTRA, L. J., C. WERT, Phys. Rev. 79, 979 (1950). — [20] KERSTEN, M.: Z. phys. Chem. 198, 1/4, 89 (1951); C. E. RICHARDS, A. C. LYNCH, Soft Magnetic Materials for Telecommunication Pergamon Press Ltd. London 1953, S. 1...8. — [21] KÖNDORSKY, E.: Dokl. Akad. Nauk SSSR, 68, 37 (1949). — [22] s. z. B. L. NÉEL in [17], S. 343, Fußnote 17; H. P. J. WILPHYSICA 19, 562 (1953); — [23] BRENNER, R.: Z. angew. Phys. 7, 499 (1955). — [24] WILLIAMS, H. J. u. J. G. WALKER: Phys. Rev. 83, 634 (1951). — [25] KIMURA, R.: Proc. Math. Phys. Soc. Japan 21, 686 u. 786 (1939), 22, 45, 219, 233 (1940). — [26] BURG, M. T. u. a.: Phys. Rev. 80, 953 (1950). — [27] KERSTEN, M.: Grundlagen einer Theorie der ferromagnetischen Hysterese und der Koerzitivkraft, Hirzel Leipzig 1942. — [28] KORNETZKI M.: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. 17, 48 (1933). — [29] Z. Physik 121, 560 (1943); Ann. d. Physik VI 2, 265 (1948). — [30] WILLIAMS, H. J., R. M. BOZORTH, W. SHOCKLEY: Phys. Rev. 75, 155 (1949), Appendix 2. Vgl. auch [17]. — [31] KERSTEN, M.: Z. angew. Phys. (im Druck).

Prof. Dr.-Ing. M. KERSTEN,

Inst. für Werkstoffe der Elektrotechnik der TH Aachen

## Zündverzögerung und Aufbauzeit der Entladung im Thyatron

Von HANS APPEL und EWALD FÜNFER

Mit 10 Textabbildungen

(Eingegangen am 14. Dezember 1955)

### 1. Einleitung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war die experimentelle Untersuchung des zeitlichen Aufbaus der Entladung im Thyatron. Aus den Messungen sollten Aussagen über die Größe des Zündverzugs in Abhän-

gigkeit von der Amplitude des Zündimpulses und über die Aufbauzeit der Entladung gewonnen werden. Weiterhin war zu prüfen, ob und in welchem Umfang eine Streuung von Zündverzögerung und Aufbauzeit auftritt. Die Kenntnis dieser Eigenschaften eines Thy-



ist insofern wertvoll, als sie Aussagen darüber läßt, bis zu welchen Grenzen Thyratrons für sehr schnelle Schaltvorgänge, für Koinzidenzanordnungen brauchbar sind, da dort häufig eine sehr kurze Schaltzeit und eine hohe Konstanz des zeitlichen Einflusses nötig ist. Für solche Vorgänge bietet das Thyatron in manchen Fällen infolge seiner hohen Spitzenstromvorteile gegenüber den heute häufiger benutzten Kipperschaltungen mit Hochvakuumröhren. Während über die Entionisierungsbedingungen im Thyatron, die entscheidend für seine im periodischen Betrieb erreichbaren Kippfrequenzen sind, reichliche Untersuchungen vorliegen (u. a. [1–7]), findet man nur wenige Angaben über Streuung, Zündverzögerung und Aufbauzeit [4,6]. Aus diesem Grunde wurde eine Reihe handelsüblicher Thyratrons, wie sie häufig, z.B. in Kipperschaltungen für Oszillographen, Verwendung finden, untersucht. Dabei stellten sich grundsätzliche Unterschiede zwischen Gastrioden und Tetroden heraus. Die Messungen erstreckten sich auf die Gastrioden EC 50 und 4690 und die Gastetroden 2050, PL 21 und 2 D 21.

## 2. Meßprinzip

Abb. 1 zeigt die Meßanordnung. Ein zur Zündung zu untersuchenden Thyratrons dienender Spannungsstoß wird dadurch erzeugt, daß ein auf positive Spannung aufgeladener Kondensator von  $0,01 \mu\text{F}$  mit Hilfe eines Quecksilberschalters an einen Widerstand von  $1 \text{ M}\Omega$  gelegt wird. Dieser Impuls wird gleichzeitig zur Auslösung der Zeitlinie und zur Helligkeit des Strahles an das Kippgerät eines Oszillographen und über eine Verzögerungsleitung an das Gitter des Thyratrons gegeben. Die Laufzeit des Impulses durch das Verzögerungskabel ist etwas größer als die Auslöseverzögerung des Kippgerätes, bei etwa  $2 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$  liegt. Die Ankopplung des Verzögerungskabels an das Thyatron erfolgt über einen Kondensator von  $0,01 \mu\text{F}$ . Die eine Vertikalplatte des Kathodenstrahlrohres liegt direkt am Gitter des Thyratrons, so daß die Ankunft des Impulses durch eine Auslenkung des bereits gestarteten Strahles auf dem Leuchtschirm angezeigt wird. Nach der zu messenden Verzögerungszeit zündet das Thyatron und entlädt einen Kondensator von  $0,01 \mu\text{F}$  über einen in Reihe liegenden Widerstand von  $5 \text{ K}\Omega$ . Der Entladestrom erzeugt am Widerstand einen negativen Spannungsimpuls, der über die zweite Vertikalplatte auf dem Leuchtschirm eine ebenfalls positive Auslenkung des Strahles entsprechend dem durch das Thyatron fließenden Strom verursacht. Die Zeit zwischen den beiden vom Zündimpuls und der Thyatronentladung herrührenden Auslenkungen des Strahles sowie die Anstiegszeit des zweiten Impulses geben dann Verzögerungszeit, Aufbauzeit und zeitliche Streuung der Entladungen.

Um eine hinreichende Meßgenauigkeit zu erreichen, muß gefordert werden, daß die Anstiegszeit des Impulses zu vernachlässigen ist gegenüber Verzögerungs- und Aufbauzeit. Eine Anstiegszeit kleiner  $10^{-10} \text{ sec/Volt}$  läßt sich mit Hilfe eines guten Quecksilberschalters erreichen. Jedoch erfährt der durch diese Weise erzeugte Einheitsimpuls durch die begrenzte Übertragungsfrequenz des Verzögerungskabels und die Streukapazität der Kopplungselemente eine merkliche Verzerrung. Zur Wiederer-

langung eines steilen Anstieges wird die bei Breitbandverstärkern übliche L-Entzerrung benutzt. Damit ergab sich eine Anstiegssteilheit kleiner als  $2 \cdot 10^{-10} \text{ sec/Volt}$ . Die Zeitkonstante des Abfalls des Zündimpulses wurde bei allen Versuchen konstant gehalten und betrug  $6 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$ . Sie war lang gegen die zu messenden Zündverzugs- und Aufbauzeiten.

Als Verzögerungskabel wurde ein Koaxialkabel mit einer Verzögerung von  $5 \cdot 10^{-9} \text{ sec/Meter}$  verwendet, das zur Vermeidung von Reflexionen mit seinem Wellenwiderstand von  $60 \Omega$  abgeschlossen war.

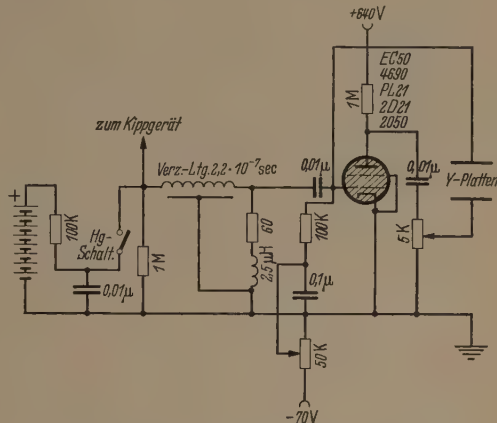


Abb. 1. Schaltung zur Erzeugung des Zündimpulses und Entladekreis. Widerstände in Ohm, Kondensatoren in Farad.

Zur oszillographischen Registrierung wurde ein Kathodenstrahlrohr der Type DB 13/14 von Telefunken benutzt, das mit einer der dreifachen Betriebsspannung entsprechenden Nachbeschleunigungsspannung betrieben wurde. Damit wurde eine photographisch registrierbare Schreibgeschwindigkeit von  $75 \text{ cm}/\mu\text{sec}$  und ein Auflösungsvermögen von  $3 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$  erreicht.

Bei der beschriebenen Anordnung ist die Dauer des Zündimpulses groß gegen die Zeit des Entladungsablaufs, und die Impulsgröße bleibt während des Vorgangs annähernd konstant. Im Gegensatz dazu benutzten KNOOP und KROEBEL [4, 6] einen Zündimpuls, dessen Dauer klein gegen die des Ablaufs der Entladung ist. Nach Messungen von KNOOP [8] nimmt die Zündverzögerung mit zunehmender Impulsdauer ab, so daß die im folgenden angegebenen Werte die unterste Grenze der Zündungsverzögerung darstellen.

## 3. Durchführung der Messungen

Im folgenden sollen die Ausführung der Messungen und die Auswertung der Ergebnisse beschrieben werden.

Es wurden insgesamt 5 Thyatrontypen untersucht. Davon waren zwei, die heliumgefüllte EC 50 und die argongefüllte 4690 Trioden, die übrigen, die heliumgefüllte 2050 und die argongefüllten PL 21 und 2 D 21, Tetroden.

Zu Beginn der Untersuchungen wurde jede Röhre 15 Minuten lang angeheizt, bis sich Temperaturgleichgewicht eingestellt hatte. Auch während der Messungen wurde darauf geachtet, daß keine wesentlichen Änderungen in den Wärmeaustauschverhält-



nissen der Röhre eintreten konnten. Insbesondere war eine Unterheizung der Kathode des Thyatrons zu vermeiden, da bei Unterheizung infolge der unzureichenden Ergiebigkeit der Kathode eine wesentliche Verlängerung des Entladungsablaufs möglich ist [4]. Von jeder Röhre wurden zwei verschiedene Meßreihen aufgenommen. Die erste Untersuchung sollte zeigen, ob verschiedene Impulshöhen und veränderte negative Gittervorspannungen für gleiche Überspannungen über der statischen Zündspannung gleiche Verzögerungszeiten ergeben. Es galt also zu klären, ob die vor der Zündung angelegte negative Gittervorspannung auf die Verzögerungszeit einen Einfluß ausübt, oder ob nur die Höhe des Zündimpulses über der statischen Zündspannung von Bedeutung ist. Dazu wurden Impulshöhen zwischen 50 und 90 Volt in Abständen von 10 Volt an das Gitter gegeben und für jede Impulshöhe ein angemessener Bereich der Gittervorspannung durchlaufen. Von

rascher Anstieg des Anodenstroms erfolgt, ist die bauzeit der Entladung. Die Summe aus Verzögerungszeit und Aufbauzeit sei als Ionisierungszeit bezeichnet. Aus der Abb. 2 ist auch das geometrische Verfahren zu entnehmen, das bei der Auswertung angewandt wurde.

#### 4. Meßergebnisse

Die Oszillogramme der Abb. 3 und 4 zeigen bei der Zündung von Thyatrons auftretenden typischen Spannungsverlauf. Dabei tritt der charakteristische Unterschied zwischen Trioden und

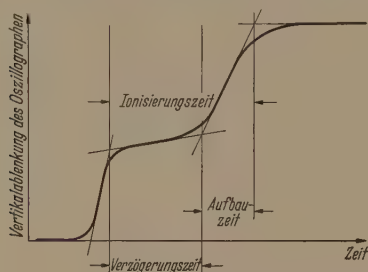


Abb. 2. Zündverzögerung und Aufbauzeit von Thyatrons. (Schematisch).

jedem Meßpunkt wurde zuerst eine einzelne Aufnahme gemacht, um die Registrierbarkeit zu bestätigen. Anschließend wurden je 3 mal 33 Impulse übereinander aufgenommen, so daß für jeden Meßpunkt 100 Impulse an das Gitter zu geben waren. Die Aufnahme einer Vielzahl von Ausschlägen war nötig, um etwaige Streuungen in der Verzögerungszeit feststellen zu können. Die Messungen wurden für Tetroden und Trioden in gleicher Weise durchgeführt.

Obwohl die Meßergebnisse erst später eingehend diskutiert werden sollen, darf schon vorweggenommen werden, daß sich eine Abhängigkeit der Zündverzögerung nur von der Überspannung über der statischen Zündspannung ergab. Die Vorspannungsverhältnisse waren also bei Berücksichtigung der Impulshöhe ohne Einfluß. Es war deshalb sinnvoll, als zweite Untersuchung Meßpunkte aufzunehmen, die bei konstanter Impulshöhe, aber veränderlicher Vorspannung gewonnen werden. Es wurden dabei 90-Volt-Impulse verwendet und die Zündverzögerung in Abhängigkeit von der Überspannung  $\Delta U$  über der statischen Zündspannung aufgetragen:  $\Delta U = \text{Impulshöhe} - (|U_g| - |U_z|)$ ;  $U_g$  ist die negative Gittervorspannung,  $U_z$  die statische Zündspannung. Letztere liegt für die Trioden bei  $-17$  Volt und für Tetroden bei  $-4$  Volt. Der grundsätzliche Aufbau des Entladekreises blieb gegenüber der ersten Versuchsreihe unverändert.

Die erhaltenen Aufnahmen haben prinzipiell alle die in Abb. 2 dargestellte Form. Der erste Anstieg wird durch den Zündimpuls verursacht; die Zeit, in der der Anodenstrom nur schwach ansteigt, ist die Verzögerungszeit (Zündverzögerung), die Zeit, in der ein



Abb. 3. Zündverzögerung und Aufbauzeit einer Gastriode.  
1 cm =  $6 \cdot 10^{-8}$  sec.

trogen hervor. Die Verzögerungszeit bei Tetroden (Abb. 4) ist wesentlich ausgeprägter als bei Trioden (Abb. 3). Andererseits ist die Aufbauzeit bei Tetroden deutlich kürzer als bei Trioden. Bei Anwendung des oben beschriebenen Auswerteverfahrens ergaben sich die in Abb. 5 bis 9 dargestellten Kurven. Daraus ergibt sich, daß die Verzögerungszeiten für Trioden in der Größenordnung  $10^{-8}$  Sekunden und für Tetroden eine Größenordnung höher, bei  $10^{-7}$  Sekunden



Abb. 4. Zündverzögerung und Aufbauzeit einer Gastetrode.  
1 cm =  $1 \cdot 10^{-7}$  sec.

liegen. Verbindet man in den Darstellungen von Abb. 5 und 6 die Punkte gleicher Überspannung  $\Delta U$  miteinander, so erhält man innerhalb der Fehlergrenzen horizontale Geraden. Das bedeutet, wie schon ausgeführt, daß für die Verzögerungszeit nur die Überspannung  $\Delta U$  und nicht die Vorgeschichte der Gittervorspannung maßgebend ist. Die beiden Typen PL 2 (von PHILIPS) und 2 D 21 (von MAZDA) sind äquivalent und liefern bei Berücksichtigung der Fehlergrenzen und der Schwankungen innerhalb einer Typreihe gleiche Ergebnisse. In Abb. 6 sind daher nur die Ergebnisse der PL 21 aufgeführt.

In Abb. 7 sind die Verzögerungszeiten aller untersuchten Typen in Abhängigkeit von der Überspannung aufgetragen, wie sie aus einer besondere



ung mit 90-Volt-Impulsen gewonnen wurden. Das wichtigste wesentliche Ergebnis ist in Abb. 8 die Abhängigkeit der Aufbauzeit von der Überspannung zu entnehmen. Aus der Darstellung ist zu entnehmen, daß die Aufbauzeit lediglich für Trioden eine Abhängigkeit von der Überspannung aufweist, während für Dioden bei unveränderter Anodenspannung ein konstanter Wert von  $2,4 \cdot 10^{-8}$  Sekunden beobachtet wird.

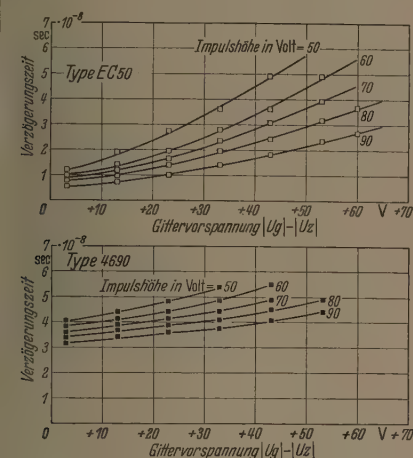


Abb. 9. Die Verzögerungszeit in Abhängigkeit von der Gittervorspannung für verschiedene Impulshöhen bei Trioden.

Abb. 9 enthält die aus den Abb. 7 und 8 entnommene Ionisierungszeit in Abhängigkeit von der Überspannung.

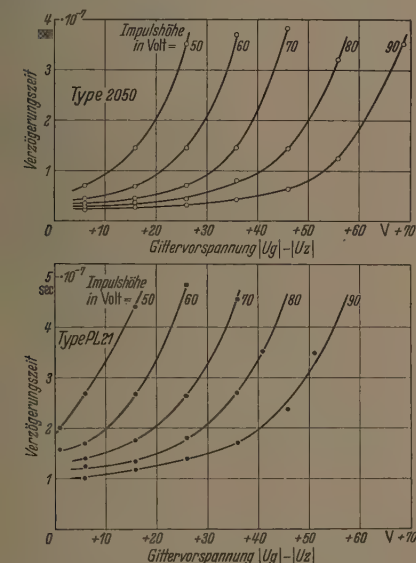


Abb. 10. Die Verzögerungszeit in Abhängigkeit von der Gittervorspannung für verschiedene Impulshöhen bei Tetroden.

Bei allen Versuchen konnte für unveränderte Versuchsbedingungen keine Streuung der gemessenen Werte festgestellt werden. Diese muß daher kleiner als  $3 \cdot 10^{-9}$  Sekunden sein. Fehlerbetrachtung. Der Auswertungsfehler ist bestimmt durch die Strichbreite des Kathoden-

strahles und durch die Genauigkeit der Spannungsmessungen von Impulshöhe und Gittervorspannung. Er beträgt etwa  $3 \cdot 10^{-9}$  sec.

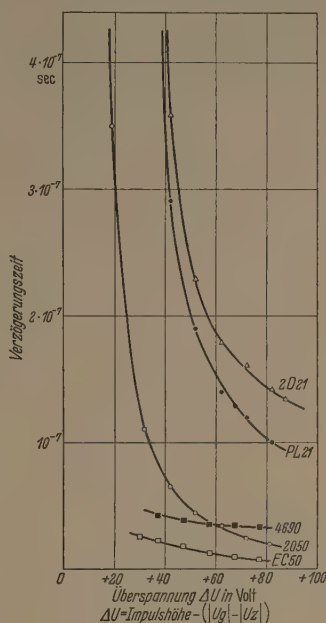


Abb. 7. Die Verzögerungszeit in Abhängigkeit von der Überspannung  $\Delta U$ .

## 5. Zündmechanismus von Thyatron

Die Vorgänge, die sich bei der Zündung von Thyatron abspielen, sind von verschiedenen Seiten theoretisch untersucht worden [1, 2, 5]. Es wird dabei von der Annahme ausgegangen, daß bei der Erhöhung des Gitterpotentials um einen bestimmten Betrag über die statische Zündspannung Elektronen im Gitter-

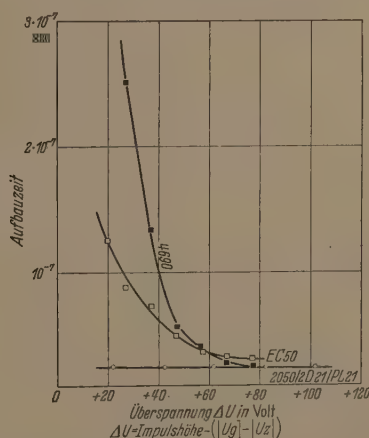


Abb. 8. Die Aufbauzeit in Abhängigkeit von der Überspannung  $\Delta U$ .

Anodenraum ionisieren und die erzeugten Ionen zur Kathode zurückwandern, wobei sie den negativen Potentialwall vor der Kathode allmählich eibeben. Die Entladung wird dann instabil, wenn das Potentialminimum vor der Kathode um  $\frac{kT}{e} = U_{th}$  angehoben wird, d. h. um den Betrag der mittleren



thermischen Energie der Elektronen. Für diesen Fall läßt sich das Verhältnis des Anlaufstromes  $J_0$  ohne Berücksichtigung des Einflusses der positiven Ionen zum Zündstrom  $J_v$  angeben.  $J_v/J_0$  ist der Faktor, um den der Anlaufstrom durch die Raumladung der Ionen angehoben wird. Für  $J_v/J_0$  ergibt sich der Wert  $e=2,7$ . Die Zeit, die bis zum Zündereinsatz verstreicht, wird also gegeben durch die Laufzeit der Ionen von ihrem Bildungsort bis zum Eintreffen im Potentialwall vor der Kathode. Nach MULLIN [2] läßt sich der zeitliche Ablauf des Zündvorgangs angenähert angeben, wenn man folgende Annahmen macht: Das Potential in Gitternähe werde durch den Durchgriff der Anode auf dem Wert 0 gehalten, wenn die minimale Gittervorspannung angelegt ist, die gerade noch das Zünden

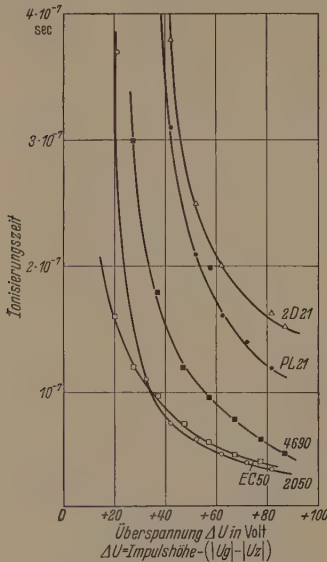


Abb. 9. Die Ionisierungszeit in Abhängigkeit von der Überspannung  $\Delta U$ .

verhindert. Die mittlere Laufzeit der Ionen bis zur Kathode sei  $t^+$ . Der Anteil der insgesamt gebildeten Ionen, die im Potentialwall neutralisiert werden, sei  $\delta$ . Außerdem werde die Kapazität des Potentialwalles gegen die Kathode Cs als gegeben angenommen. Dann ergibt sich folgende Beziehung:

$$t = \frac{1}{a \cdot U_g} \left( 1 - \frac{1}{J_v/J_0} \right) \frac{k T C_s}{e \cdot \delta \cdot \alpha} + t^+ \ln \frac{J_v}{J_0}. \quad (1)$$

Dabei ist  $\alpha$  die Zahl der pro Elektron erzeugten Ionen und  $a$  eine Konstante aus der Raumladungsgleichung von LANGMUIR und SCHOTTKY.

Aus dieser Beziehung ergibt sich, daß der Strom zunächst langsam ansteigt bis zum Zündzeitpunkt  $t_1$

$$t_1 = \frac{1}{a \cdot U_g e \cdot \delta \cdot \alpha} \left( 1 - \frac{1}{2,7} \right) + t^+. \quad (2)$$

Anschließend steigt der Strom exponentiell mit der Zeitkonstante  $t^+$  an. Die Anodenspannung sinkt dementsprechend zuerst ganz langsam bis zum Zeitpunkt  $t_1$  (Verzögerungszeit) und fällt dann rasch auf die Brennspannung ab.

## 6. Diskussion der Meßergebnisse

Das bei den Versuchen gefundene unterschiedliche Verhalten von Trioden und Tetroden läßt sich

verstehen, wenn man den verschiedenen Aufbau beiden Elektrodensysteme betrachtet (Abb. 10). Schirmgitter ist bei den Tetroden als Blende von Öffnungsweite des Steuergitters ausgebildet. Es findet sich mit einem das ganze System Kathode-Gitter-Anode umschließenden Zylinder auf Kathodenpotential. Bei den Trioden dagegen wird ein zentral angeordnete Kathode von einem engmaschigen Gitter in vergleichsweise kleinem Abstand umgeben und beide Elektroden umschließt die zylindrische Anode. Aufgrund dieser geometrischen Anordnung ist die Feldstärke in Trioden, abgesehen von der unterschiedlichen Feldverteilung, größer als in Tetroden  $t^+$ , die von den Ionen im Mittel benötigte Zeit, um die Kathode zu gelangen, ist dadurch bei Tetroden

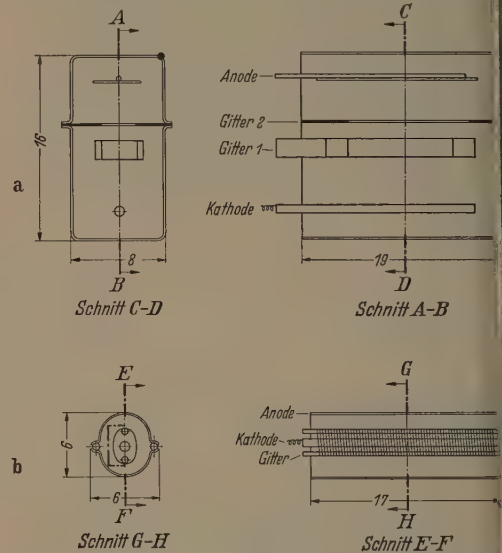


Abb. 10. Elektrodenanordnung in Thyatrons. a) Tetrode 2050; b) Triode 4690.

größer, was notwendig zu längeren Verzögerungszeiten führt.

Außerdem sind wegen der verschiedenen Ionenbeweglichkeiten für gleiche Versuchsbedingungen und vergleichbare geometrische Anordnungen die Verzögerungszeiten der argongefüllten Type 4690 etwa um den Faktor 3 größer als bei der heliumgefüllten Type EC 50. Das trifft in gleicher Weise auch für die argongefüllten Typen PL21 und 2D21 im Vergleich mit der heliumgefüllten Type 2050 zu.

Mit wachsender Überspannung nimmt die Verzögerungszeit ab, da bei größeren Überspannungen eine erhöhte Zahl von primären Elektronen in den Gitter-Anodenraum gelangen und dort positive Ionen bilden. Bei großen Überspannungen werden bereits durch die im ersten Augenblick in den Gitter-Anodenraum gezogenen Elektronen genügend positive Ionen geschaffen, um den Potentialwall einzuebnen. Bei sehr großen Überspannungen tritt schon im Gitter-Anodenraum eine so große Zahl von positiven Ionen auf, daß die Zündung bereits dort einsetzen kann. Nach KNOOP und KROEBEL [4, 6] tritt dies Fall beim Thyatron EC 50 bei Überspannungen größer als 50 V auf und bewirkt eine Abkürzung der Aufbauzeit mit zunehmender Überspannung. Bei



Spannungen unterhalb 50 V finden sie dagegen konstante Aufbauzeit. Die in der vorliegenden Arbeit gefundene Abhängigkeit der Aufbauzeit auch kleine Überspannungen bis herab zu 20 Volt (Abb. 8) bei den Trioden EC 50 und 4690 läßt sich dadurch erklären, daß im Gegensatz zur Arbeit von KNOOP und KROEBEL ein sehr langdauernder Zündimpuls verwendet wurde, so daß bei gleicher Überspannung die Bedingungen für eine Gitterkathodenentladung günstiger werden als bei sehr kleinem Zündimpuls.

Im Gegensatz zu den Trioden ergibt sich für Tetroden zwischen 20 und 100 Volt Überspannung eine konstante Aufbauzeit. Dies dürfte damit zusammenhängen, daß die Gitter-Kathodenfeldstärke bei Tetroden für gleiche Überspannungen wesentlich kleiner ist als bei Trioden, so daß im untersuchten Bereich die Gitter-Kathodenentladung nicht auftritt.

Das langsame Ansteigen des Vorstroms bei Tetroden geht offenbar darauf zurück, daß im äußeren Schaltkreis ein Strom erst dann registriert wird, wenn Elektronen durch das Schirmgitter in den Anodenraum gelangen. Damit hängt auch die Tatsache zusammen, daß bei Tetroden wesentlich kleinere Aufbauzeiten gefunden wurden. Verbindet man bei Tetroden die beiden Gitter, so findet man qualitativ denselben Entladungsaufbau wie bei Trioden.

Unter Verwendung von Gleichung (2) läßt sich die Abschätzung der Verzögerungszeit durchführen, bei folgende Werte zugrunde gelegt werden sollen:

$C_g = 1,8 \cdot 10^{-12}$  F Kapazität Sattel-Kathode (nach MULLIN)  
 $\alpha = 0,1$  Bruchteil der gebildeten Ionen, die im Potentialwall eintreffen (nach MULLIN).  
 $E = 2,3 \cdot 10^{-6}$  A/cm<sup>2</sup>V Konstante aus der Raumladungsgleichung  
 $T = 800^\circ\text{K}$  Kathodentemperatur  
 $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Coul.  
 $\mu = 1,3 \cdot 10^{-23}$  Wsec/Grad  
 $\nu = 0,1$  Zahl der pro Elektron erzeugten Ionen für argongefüllte Thyatrons bei einem Druck  $p = 0,1$  Torr.

Daraus ergibt sich die Verzögerungszeit

$$t_1 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{U_g} \left(1 - \frac{1}{2,7}\right) + t^+ \quad (3)$$

Für  $t^+$  erhält man eine obere Grenze, wenn man die Zeit berechnet, die ein an der Anode gebildetes Elektron gebraucht, um zur Kathode zu gelangen. Bei einer Anodenspannung von 640 Volt und einer Gitterkathoden- und Gitter-Kathoden-Entfernung von je 1 mm erhält man

$$t^+ \leq 2 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Daraus ergibt sich  $t_1$  für eine Überspannung  $U_g = 640$  Volt zu

$$t_1 = 0,6 \cdot 10^{-7} + 2 \cdot 10^{-7} = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Berücksichtigt man die Streuung zwischen den einzelnen Typen und die Tatsache, daß die benutzten Zahlenwerte nur Abschätzungen darstellen können, so steht das Resultat in befriedigender Übereinstimmung mit den Meßergebnissen. Eine mit den bisherigen Annahmen durchgeführte Abschätzung hinsichtlich des Auftretens einer Streuung der Verzögerungszeit zeigt, daß diese für die gegebenen Verhältnisse kleiner als  $10^{-11}$  Sekunden sein muß.

### Zusammenfassung

Es wurde an verschiedenen Typen von Thyatrons der Zusammenhang zwischen Größe des Zündimpulses und Zündverzögerungs- bzw. Aufbauzeit gemessen. Die Ergebnisse wurden mit Überlegungen über den Entladungsaufbau im Thyatron verglichen. Der zeitliche Zusammenhang zwischen Zündimpuls und Entladungsablauf wurde durch direkte oszilloskopische Aufzeichnung mit einem Synchroskop ermittelt. Im einzelnen ergab sich folgendes:

1. Die Verzögerungszeiten liegen bei Überspannungen von 50 Volt für Tetroden bei einigen  $10^{-7}$  sec, für Trioden bei einigen  $10^{-8}$  sec.

2. Die Verzögerungszeiten wachsen für Zündimpulse genügend großer Steilheit mit sinkender Überspannung über der statischen Zündspannung und hängen nicht von der eingestellten Gittervorspannung ab.

3. Die Tetroden zeigen im Gegensatz zu den Trioden ausgeprägte Verzögerungs- und Aufbauzeiten.

4. Die Aufbauzeiten sind für mäßige Überspannungen bei Tetroden kleiner als bei Trioden.

5. Die Aufbauzeiten sind im untersuchten Spannungsbereich für Trioden abhängig von der Überspannung, während sie für Tetroden bei konstanter Anodenspannung einen unveränderten Wert zeigen.

6. Schwankungen der Verzögerungs- und Aufbauzeit wurden bei konstant gehaltenen Versuchsbedingungen nicht beobachtet. Sie müssen also unterhalb dem Auflösungsvermögen des Synchroskopes von  $3 \cdot 10^{-9}$  sec liegen.

Ein Vergleich der Meßergebnisse mit theoretischen Betrachtungen über den Entladungsablauf liefert eine befriedigende Übereinstimmung.

**Literatur.** [1] ADAM, H.: Wissenschaftliche Veröffentlichungen der Siemenswerke, 20, 28 (1941). — [2] MULLIN, Ch. J.: Phys. Rev. 70, 401 (1946). — [3] MALTER, L. und E. O. JOHNSON: R. C. A. Rev., 11, 169 (1950). — [4] KNOOP, E. und W. KROEBEL: Z. angew. Phys. 2, 281 (1950). — [5] SIEBERTZ, K.: Zs. f. Elektrotechnik und Maschinenbau, 68, 360 (1951). — [6] KNOOP, E.: Z. angew. Phys. 4, 386 (1952). — [7] SILVER, M.: Trans. Inst. Radio Engrs. Prof. Group on Electron Devices, ED-1, Nr. 2, 57, (1954). — [8] KNOOP, E.: Gautagung der Westdeutschen Physik. Ges. in Aachen, 22—25.4. (1955).

Privatdozent Dr. EWALD FÜNFER,  
Dipl. Phys. HANS APPEL,

Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München.



# Die Bestätigung der Zündgesetze von ROGOWSKI und FUCKS an technischen Kaltkathoden-Entladungsgefäßen\*

Von WERNER KLUGE und ARNO SCHULZ

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 5. Dezember 1955)

## Einleitung

TOWNSEND hat mit seiner Zündtheorie den Aufbau einer selbständigen Entladung in Gasentladungsstrecken mit kalten Kathoden beschrieben [1]. Er fand dabei für die Zündspannung  $U_z$  einer Entladungsstrecke mit planparallelen Elektroden die Beziehung:

$$U_z = B \cdot \frac{p \cdot d}{\ln(p \cdot d) - \ln \frac{1}{N_0}}, \quad (1)$$

$N_0$  = Zahl der möglichen gaskinetischen Stöße/cm für  $p = 1$  Torr,  $B$  eine Konstante,  $p$  Gasdruck in der Entladungsstrecke,  $d$  Elektrodenabstand,  $\gamma$  Oberflächenionisierungskoeffizient.

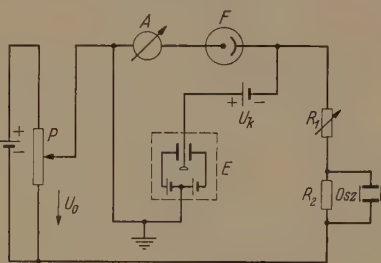


Abb. 1. Schaltung zur Messung der Zündspannungserniedrigung und des Zündstromes bei Kathodenbestrahlung.

A Mikroamperemeter; E Einfaden-Elektrometer; F Fotozelle; P Potentialmeter;  $R_1$ ,  $R_2$  Widerstände;  $U_0$  treibende Spannung;  $U_k$  Kompensations-Spannung; Osz Elektronenstrahl-Oszillograph.

Die Zündspannung einer Entladungsstrecke wird hiernach allein durch die Daten von  $B$ ,  $p$ ,  $d$  und  $\gamma$  bestimmt. Obwohl sich mit Gleichung (1) die Zündspannung recht gut voraussagen läßt [2], berücksichtigt sie doch nicht alle Parameter, die auf die Zündspannung einwirken. Denn schon seit langem ist bekannt, daß diese durch Bestrahlung der Kathode mit sichtbarem oder ultraviolettem Licht abgesenkt werden kann [3]. Die Erweiterung der TOWNSENDschen Zündtheorie, wie sie von ROGOWSKI [4], FUCKS [5] und SCHADE [6] vor etwa 20 Jahren durchgeführt wurde, berücksichtigt nun eine solche Einflußnahme der Kathodenbestrahlung. Danach nimmt die Zündspannung mit der Wurzel aus der Fremdstromdichte  $j_0$ , die an der Kathode durch Fremdbestrahlung geweckt wird, ab, und die Zündstromdichte  $j_z$  steigt mit der Wurzel aus der Fremdstromdichte  $j_0$  an. Es gilt:

$$-\Delta U_z = K_2 \sqrt{j_0} \quad (2)$$

wobei:

$$\Delta U_z = U'_z - U_z$$

$U'_z$  durch Bestrahlung abgesenkte Zündspannung,  $U_z$  Zündspannung für  $j_0 \rightarrow 0$ , und

$$j_z = K_3 \sqrt{j_0}. \quad (3)$$

\* Referat auf dem 20. Physikertag in Wiesbaden 1955.

<sup>1</sup> Wir halten uns an die von ROGOWSKI eingeführte Bezeichnungsweise der Konstanten.

Für die experimentelle Bestätigung dieser beiden Wurzelgesetze wurden bisher immer speziell konstruierte Versuchsgefäße benützt. Sie waren fast ausschließlich mit Kathoden aus reinen Schwermetallen wie Pt, Cu und Ni versehen. Infolge der großen Austrittsarbeit und der geringen lichtelektrischen Quantenausbeute solcher Kathoden sind nur kleine Fremdstromdichten und daher nur geringe Absenkung der Zündspannung zu erwarten [7]. Die Zündströme sind klein. Wir haben uns nun um eine Bestätigung der Wurzelgesetze an technischen Kaltkathodengefäßen bemüht. Hierunter fallen gasgefüllte Folienzellen, Glimmröhren aller Art und Glimmrelays. Untersuchungen dieser Art sind bisher nicht durchgeführt worden und so können wir mögliche Zweifel über die Gültigkeit der Wurzelgesetze an den genannten Entladungsgefäßen beheben. Dabei gingen wir von der Überlegung aus, daß gerade an solchen Gefäßen relativ große Absenkungen der Zündspannung zu erwarten sein müssen. Von dieser Absenkung macht man ja schon geraume Zeit bei technischen Kaltkathodenröhren, die weiter unten näher besprochen werden sollen, Gebrauch. Wir erwähnen in diesem Zusammenhang z. B. die in immer größerem Umfang zur Verwendung kommenden Glimmrelays. Zündspannungsabsenkungen bis zu 50% sind dort erreichbar. Die Verwendung solcher technischen Gefäße mit großen Zündspannungsabsenkungen bietet die Annehmlichkeit, daß die Messungen zur Bestätigung der Wurzelgesetze mit geringem Aufwand durchführbar werden. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß bei technischen Gefäßen nicht immer Verlaß darauf ist, daß sie unter so sauberen und übersichtlichen Versuchsbedingungen hergestellt worden sind, wie es in wissenschaftlichen Laboratorien möglich und in der Regel üblich ist. Herstellungsfehler können zu Störungen und Fehlern in den Messungen Anlaß geben, worauf FUCKS [8] in einer seiner Arbeiten hingewiesen hat. Wir können an Hand unserer Messungen zeigen, daß die von uns verwendeten Gefäße keine ins Gewicht fallenden Herstellungsfehler aufzuweisen hatten.

## Versuchsdurchführung

Die von uns verwendete Schaltung ist aus Abb. 1 zu ersehen. Sie muß die Eigenschaft haben, die Zündspannungen, die etwa 150 V betragen, Zündspannungserniedrigungen  $\Delta U_z$  von 1 V mit einer Genauigkeit von  $\pm 1\%$  messen zu können. Die Forderung läßt sich nur durch Anwendung einer Kompensationsmethode erfüllen. Hierbei wird der Hauptteil der Elektrodenspannung nach Abb. 1 durch die Spannung  $U_k$  kompensiert, so daß das Elektrometer  $E$  (Einfaden-Elektrometer der B. Leybold, Köln) maximal nur noch eine Spannung von 20 V liegen kann. Wir haben dann mit  $E$  nur die Zündspannungserniedrigung  $\Delta U_z$  gemessen, nicht aber die Zündspannung  $U_z$  selbst. Um hierbei Me-



zu vermeiden, war es notwendig, mit Hilfe des parallel geschalteten Elektronenstrahl-Oszilloskops das Einsetzen von Intermissionen in den Zündungsgefäßen zu beobachten. Es zeigte sich, daß am Zündpunkt keine Intermissionen auftraten. Hierin mußte verhindert werden, daß Zündverzögerungen Meßfehler verursachen. Nun ist schon allgemein bekannt [9], daß eine geringe Fremdbestrahlung der Kathode solche Zündverzögerungen bewirkt, indem sie für eine geringe Vorionisation des Zündungsraumes Sorge trägt. Deshalb wurden bei den Versuchen die Kathoden dauernd einer geringen Fremdbestrahlung ( $j_0 < 10^{-10}$  A/cm<sup>2</sup>) unterworfen. Als Zündspannung ohne Bestrahlung wurde die Zündspannung unter dem Einfluß dieses geringen Fremdstromes angesprochen. Die Abweichungen von der wahren Zündspannung  $U_z$  sind vernachlässigbar klein, nämlich  $< 0,1$  V. Zusammen mit der Zündspannungsabsenkung  $\Delta U_z$  wurde die Zündstromdichte  $j_z$  gemessen, um die Gültigkeit des Wurzelgesetzes (3) zu prüfen.

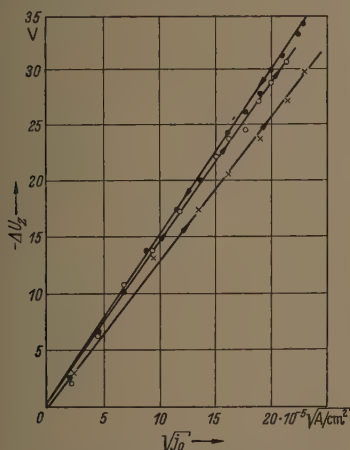


Abb. 2. Zündspannungsabsenkung durch Kathodenbestrahlung an gasgefüllter Kaliumhydrid-Fotozelle.  
× × × × Meßreihe 1; o o o o Meßreihe 2; . . . . Meßreihe 3; Pfeile zeigen die Meßrichtung.

### Versuchsergebnisse

Voruntersuchten, wie schon eingangs erwähnt, verschiedene Typen von Kaltkathoden-Entsorgungsgefäßen, nämlich gasgefüllte Fotozellen, übliche technische Glimmröhren und Glimmrelais<sup>1</sup>. Wichtig soll über die Messungen an gasgefüllten Zellen berichtet werden. Hier ist Voraussetzung, daß die Fotozellen mit Kathoden versehen sind, die die Belastungen durch die wiederholten Entladungen aufnehmen können, ohne dabei ihre physikalischen Eigenschaften meßbar zu ändern. Die physikalisch-chemische Ausgangsstruktur der Kathoden — und damit deren absolute spektrale lichtelektrische Ausbeute — darf also durch Ionenbombardement der Entladung nicht beeinträchtigt werden. Diese Bedingung erfüllen die fast ausschließlich in der Technik benutzten Bariumoxyd- und Cäsiumantimonid-Fotokathoden. Die Versuchsschemata [Ag]-Cs<sub>2</sub>O, Cs, Ag-Cs und Sb-Cs-Cs)

In der Fachliteratur wird für Glimmrelais auch die Benennung Relaisröhren benutzt [10].

nur bis zu einem gewissen Grade. Verf. [11] konnten schon früher zeigen, daß die kritische Stromdichte bei etwa  $1 \mu$  A/cm<sup>2</sup> liegt. Wird diese überschritten, dann treten Ermüdungserscheinungen auf. Diese sind zwar reversibel, würden unsere Messungen aber empfindlich stören. Wir haben daher zur Bestätigung der Wurzelgesetze gasgefüllte Fotozellen mit ermüdungsfreien Kathoden benutzt. Als weitgehend ermüdungsfrei hat sich z. B. die Kathode mit dem Strukturschema [Ag]-KH, K-K erwiesen [12]. Die Zwischenschicht KH, K muß dabei ausgesprochen dünn,

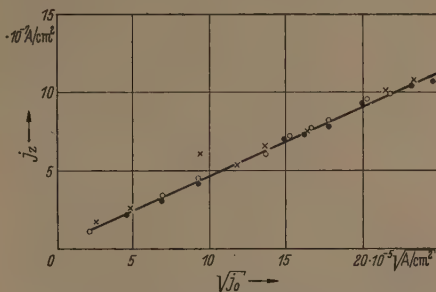


Abb. 3. Zündstromdichte in gasgefüllter Kaliumhydrid-Fotozelle bei Kathodenbestrahlung.  
× × × × Meßreihe 1; o o o o Meßreihe 2; . . . . Meßreihe 3.

etwa  $10^{-7}$  cm sein. Die Zellen waren zylinderförmig und in der üblichen Weise mit etwa 0,1 Torr Argon gefüllt. Eine zentral angeordnete Drahtschleife bildete die Anode. Diese Elektrodenkonfiguration führt demzufolge zu einer inhomogenen Verteilung des elektrischen Feldes im Zellenraum. SCHOLTZEIS [13] hat nun nachgewiesen, daß die Wurzelgesetze auch für inhomogene Felder gelten. Zur Bestrahlung der Fotokathoden diente unzerlegtes Licht, das mit

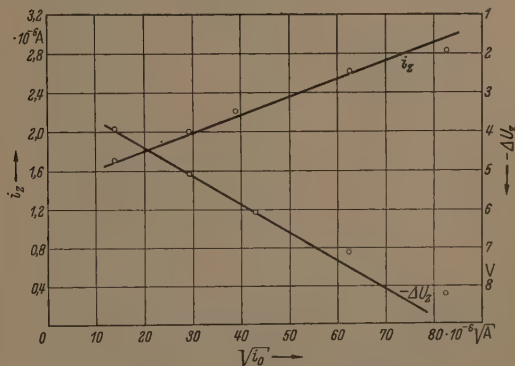


Abb. 4. Zündspannungsabsenkung und Zündstrom in einer Anzeigeglimmlampe bei Kathodenbestrahlung. (Mittelwerte aus 10 Einzelmessungen, Schwankungen  $\pm 5\%$ ).

Hilfe einer Osram-Kleinkinlampe erzeugt wurde. Die Fremdstromdichte  $j_0$  wurde bei einer Elektroden-spannung von 15 V, bei der noch keine Verstärkung des Fotoelektronenstromes durch Stoßionisation erfolgen kann (Ionisierungsspannung von Argon  $V_i = 15,4$  V), gemessen. Abb. 2 und 3 zeigen die Ergebnisse solcher Messungen.

In beiden Fällen wurde auf der Abzissenachse  $\sqrt{j_0}$  aufgetragen. Dabei ergibt sich, daß zwischen  $-\Delta U_z$  bzw.  $j_z$  und  $\sqrt{j_0}$  ein linearer Zusammenhang besteht.



Es wird somit die Gültigkeit der Wurzelgesetze an gasgefüllten Fotozellen bestätigt gefunden. Das gleiche Ergebnis erhält man an gewöhnlichen Glimmröhren, wie Abb. 4 zeigt. Als Besonderheit der Meßtechnik sei erwähnt, daß eine Galvanometerschutzschaltung [14] verwendet wurde. Noch größere Fremdstromdichten fallen bei der Untersuchung von Glimmrelais an, über die im folgenden berichtet werden soll. Versuchssubjekt war das Glimmrelais von Valvo mit

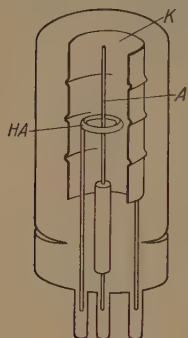


Abb. 5. Elektrodenaufbau des Glimmrelais PL 1267 (Valvo). K Kathode, A Anode, HA Hilfsanode.

der Typenbezeichnung PL 1267. Dieses Glimmrelais besitzt eine zylindrische Elektrodenkonfiguration. Wie aus Abb. 5 hervorgeht, umschließt ein Blechzylinder als Kathode die kreisringförmige, aus Draht gefertigte Hilfsanode. Die Hauptanode wird durch ein kurzes, in der Mittelachse der Röhre liegendes Drahtstückchen gebildet. Die Herabsetzung der Zündspannung  $U_z$  erfolgt bei diesem Entladungsgefäß durch „Einspritzung“ von Ladungsträgern in die Hauptentladungsbahn. Die Einspritzung wird durch die Zündung einer Entladung zwischen Hilfsanode und Kathode besorgt. Dieses Geschehen hat zur Folge, daß die Zündspannung zwischen Hauptanode und Kathode entsprechend der Höhe des Hilfsanodenstromes absinkt und zwischen diesen beiden Elektroden eine Entladung (Hauptentladung) zündet. Abb. 6 zeigt nun den Verlauf der Zündspannung  $U_z$  dieser Hauptentladung als Funktion des Hilfsanodenstromes. Der Hilfsanodenstrom mit seiner ambipolaren Trägerströmung hat also beim Glimmrelais die

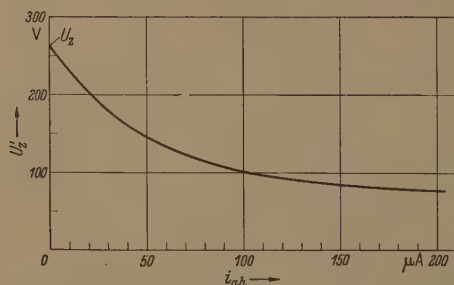


Abb. 6. Zündspannung der Anoden-Kathoden-Strecke eines Glimmrelais PL 1267 (Valvo) [nach Angaben des Herstellers, von Verfassern bestätigt].

gleiche Bedeutung und Funktion wie der unipolare Fotoelektronenstrom in der gasgefüllten Fotozelle. Er führt zu einer Begünstigung des Entladungsgeschehens und damit zu einer Absenkung der Zündspannung.

Aus Abb. 6 läßt sich nun die Absenkung der Zündspannung  $\Delta U_z$  entnehmen. In Abb. 7 ist diese Absenkung über der Wurzel aus dem Fremdstrom aufgetragen, wobei als Fremdstrom der Hilfsanodenstrom  $i_{ah}$  zu gelten hat. Aus Abb. 7 geht hervor, daß im Bereich kleiner Hilfsanodenströme ein linearer Zusammenhang zwischen der Absenkung der Zündspannung und der Wurzel aus dem Fremdstrom besteht. Das Wurzelgesetz für die Zündspannungsabsenkung gilt also

auch hier. Im Bereich großer Hilfsanodenströme treten jedoch Abweichungen vom Wurzelgesetz auf. Das ist verständlich, wenn man den Verlauf der Zündspannung  $U_z$  für große Werte von  $i_{ah}$  in Abb. 6 verfolgt. Die Zündspannung  $U_z$  nähert sich nämlich für große Hilfsanodenströme der Brennspannung der Hilfsanoden-Kathodenstrecke, die in diesem Relais 60 V beträgt. Unter diesen Wert läßt sich verständlicherweise die Zündspannung der Anoden-Kathodenstrecke nicht absenken. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß auch für Glimmrelais das Wurzelgesetz der Zündspannungsabsenkung gilt, solange man nur mit der Zündspannung weit genug von der Brennspannung entfernt bleibt. Das Wurzelgesetz für die Zündstromdichte wurde an Glimmrelais noch nicht überprüft. Es bestehen jedoch keine Zweifel, daß es auch dort Gültigkeit hat.

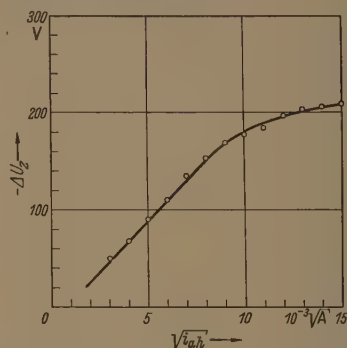


Abb. 7. Zündspannungsabsenkung am Glimmrelais PL 1267 (Valvo).

### Zusammenfassung

Unsere Untersuchungen haben gezeigt, daß die Erweiterung der TOWNSENDschen Zündtheorie, die in den Wurzelgesetzen von ROGOWSKI und FUCHS ihren Ausdruck findet, auch für gasgefüllte Fotozellen, Glimmröhren und Glimmrelais Gültigkeit hat. Daraus dürfen wir schließen, daß diese Theorie ganz allgemein die Vorgänge bei der Zündung einer selbständigen Entladung in Kaltkathodenröhren wie sie auch immer beschaffen sein mögen, beschreibt. Durch Zufuhr äußerer Energie auf die Kathode oder in die Nähe der Kathode läßt sich hiernach die Zündspannung und die Zündstromdichte „steuern“. Welche Form diese Energie dabei hat, ist, wie wir glauben, nebensächlich. Bei unseren Untersuchungen waren es Photonen bzw. eine Hilfsentladung. Es sind jedoch noch andere Möglichkeiten einer äußeren Energiezufuhr denkbar, z. B. radioaktive Strahlung oder Röntgenstrahlung. Bei den beiden letztgenannten Formen der Energiezufuhr steht die Prüfung der entsprechenden Entladungsgefäße auf die Gültigkeit der Wurzelgesetze noch aus. Wir glauben jedoch, daß für alle durch äußere Energiezufuhr „gesteuerten“ Kaltkathodenröhren die Wurzelgesetze Gültigkeit haben, sofern man sich auf das Gebiet  $p \cdot d < 150$  Torr cm beschränkt. (Aufbau der Entladung in Ionisierungsspielen.)

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die uns diese Untersuchungen ermöglicht hat, sei an dieser Stelle verbindlichst gedankt.

Literatur. [1] TOWNSEND, J. S. MARX: Handbuch der Physik, Bd. 1, (1920). — [2] ENGEL, A., u. M. STEENBECK: Elek-



Gasentladungen, Berlin (1934). — [3] HERWEG, J.: Ztschr. 7, 924 (1906). — [4] ROGOWSKI, W.: Arch. f. Prot. 26, 648 (1932); — ROGOWSKI, W.: Ztschr. Physik 117, 1941). — [5] FÜCKS, W.: Ztschr. Physik 92, 467 (1934). — [6] SCHADE, R.: Ztschr. Physik 105, 595 (1937). — [7] ROGOWSKI, W., u. A. WALLRAFF: Ztschr. Physik 97, 758 (1935). — [8] FÜCKS, W., u. W. SEITZ: Naturwiss. 25, 106 (1938). — [9] WARBURG, E.: Ann. d. Phys. 59, 1 (1896). — KRETZMANN, R.: Handbuch d. Industriellen Elektronik, 1954. — [11] KLUGE, W. u. A. SCHULZ: Ztschr. Physik

137, 392 (1954). — [12] KLUGE W. u. A. SCHULZ: Ztschr. angew. Phys. 6, 346 (1954). — [13] SCHOLTHEIS, H.: Arch. f. Elektrot. 34, 237 (1940). — [14] KOCH, W.: Phys. Ztschr. 33, 934 (1932).

Prof. Dr.-Ing. WERNER KLUGE,  
Technische Hochschule Stuttgart.

Dipl.-Ing. ARNO SCHULZ,  
Sindelfingen/Württ.

## $4\pi$ -Zähler und Messungen zur Absolutbestimmung geringer spezifischer Aktivitäten energiearmer Strahler

VON MANFRED LEISTNER

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 28. Dezember 1955)

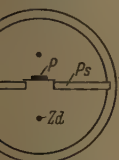
### Einleitung

Absolute Aktivitätsbestimmungen einer radioaktiven Strahlung lassen sich mit Zählrohren ausführen, da sie in der Lage sind auf ein einzelnes Teilchen anzusprechen. Wird bei jedem Atomzerfall in einem radioaktiven Stoff ein Strahlenteilchen frei, so gibt die Anzahl der insgesamt emittierten Teilchen die absolute Zahl der Atomzerfälle. Die absolute Aktivität ist durch diese Anzahl der Atomzerfälle pro Zeiteinheit (absolute Zerfallsrate  $N$ ) definiert. Wird sie auf die Gewichtseinheit bezogen, ergibt sich daraus die absolute spezifische Aktivität.

Nicht alle von einer radioaktiven Substanz emittierten Teilchen können in das Zählvolumen gelangen. Im Zählgerät eine Registrierung bewirken. Deshalb werden nur  $N_r$  Zerfälle registriert, wenn  $N$  Atomzerfälle in der Substanz pro Zeiteinheit stattfinden. Das Verhältnis beider Zerfallsraten ist der absolute Wirkungsgrad der Zählrohrmessung

$$A_w = \frac{N_r}{N} \quad (1)$$

Der absolute Wirkungsgrad kann bei Verwendung eines  $4\pi$ -Zählers aus gesonderten Messungen bestimmt werden. Er scheint deshalb für absolute Bestimmungen geringer, energiearmer Strahlung besonders geeignet.



Prinzipieller Aufbau eines  $4\pi$ -Zählrohrs. Ps Präparatschleife; Zd Zählrohrschleife.

### I. Aufbau von $4\pi$ -Zählern

Ein  $4\pi$ -Zähler setzt sich aus einem  $4\pi$ -Zählrohr, einer Vakuumapparatur und einem Zählgerät zusammen.

Das  $4\pi$ -Zählrohr selbst besteht im Prinzip wie Abb. 1 ersichtlich, aus einem Messingzylinder, durch einen Metallschieber in zwei Halbzylinder geteilt ist. Auf dem Messingschieber wird das Präparat über einer Durchbohrung in das Zählrohr eingebracht. Die Halbzylinder über und unter dem Präparat sind als vollständige Zählssysteme ausgebildet, so daß die in den gesamten Raumwinkel  $4\pi$  emittierte Strahlung erfaßt wird. Beide Zählssysteme müssen voneinander gute, wenig voneinander abweichende Charakteristiken besitzen, d. h., die Plateau-

steigung der Charakteristiken soll nicht mehr als 2–4%/100 V und die Plateaulänge muß 100–200 V betragen. Der durch die kosmische Strahlung und die radioaktive Umgebung verursachte Nulleffekt darf nicht zu groß sein, wenn kleine minutliche Zählraten noch gut nachgewiesen werden sollen. Für den

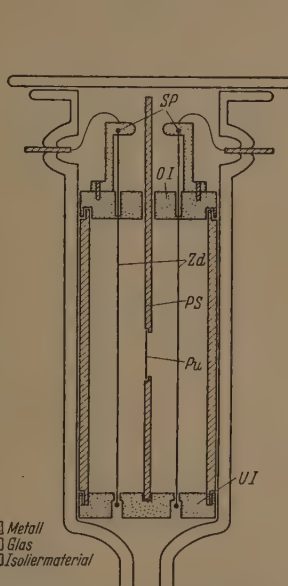


Abb. 2. Längsschnitt durch das  $4\pi$ -Zählrohr mit Glasrohr. Sp Spannschrauben; UI Obere Isolierkappe; Zd Zählrohrschleife; Ps Präparatschleife; UI Unterlage; UI Unterer Isolierkappe.

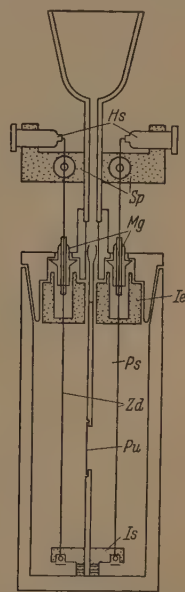


Abb. 3. Längsschnitt durch das  $4\pi$ -Zählrohr (Metallaufbau). Sp Spannschrauben; UI Obere Isolierkappe; Zd Zählrohrschleife; Ps Präparatschleife; UI Unterlage; UI Unterer Isolierkappe.

praktischen Gebrauch ist wichtig, daß die Präparate, der Präparatschieber und gegebenenfalls auch die Zählrohre leicht auswechselbar sind und daß die Reinigung des gesamten Zählrohrs einfach vorzunehmen ist.

In der nachstehenden Konstruktion (Abb. 2) ist das benutzte  $4\pi$ -Zählrohr im Längsschnitt dargestellt. Die Zählssysteme sind in ein evakuierbares Glasrohr eingeschoben, das auf der einen Seite über einen Hahn in einer Schliffhülse endet, durch die das

Rohr mit dem Pumpstand verbunden oder auf einem Spezialfuß aufgestellt werden kann, auf der anderen in eine ringförmige Erweiterung, die durch eine aufgeschliffene Glasplatte abgeschlossen wird, was das leichte Herausnehmen der Präparate ermöglicht. Der Messingzylinder, der die Zählssysteme bildet, erhält zwei Führungsnuten für den Präparatschieber und ist beiderseits mit Vinidurkappen abgeschlossen,

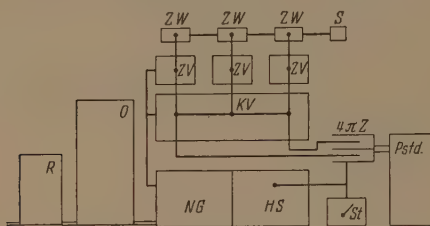


Abb. 4. Blockschema des Zählgerätes. R Regeltransformator; 4 $\pi$  Z 4 $\pi$ -Zählrohr; O Oszillograph; KV Koinzidenzverstärker; NG Netzgerät; ZV Zählverstärker; HS Hochspannungsgerät; ZW Zählwerk; St Statisches Hochspannungsgewicht; S Schalter; Pstd Pumpstand.

die der Befestigung der Zähldrähte dienen. Der 1 mm starke Messingschieber läßt sich durch die obere Kappe hindurchziehen, so daß er bei dem Präparatwechsel allein aus dem System herausgezogen wird.

Weiterentwicklung und Erfahrungen bei den Messungen führten zu einem 4 $\pi$ -Zählrohr (Abb. 3), das in allen Teilen aus Metall besteht und nur Vinidureinsätze zur Isolierung enthält. Der einseitig geschlossene Metallzylinder ist über das auf dem Schieber aufgebaute Zählssystem geschoben und dient gleichzeitig als Evakuiergefäß. Die Metallkappe

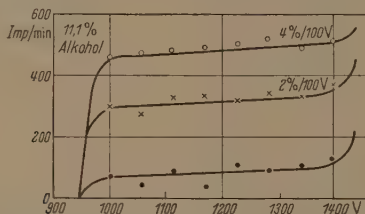


Abb. 5. 4 $\pi$ -Zählcharakteristik (11,1% Alkohol in Argon, 90 mm Hg Zählgasdruck). o  $N_u$  Zählcharakteristik im oberen System; x  $N_u$  Zählcharakteristik im unteren System; •  $N_k$  Zählcharakteristik der Koinzidenzmessung.

kann schnell abgezogen werden, so daß die beiden Zählssysteme vollkommen frei liegen und ein schneller Präparatwechsel oder gründliche Reinigung möglich ist. Der Metallschieber ist an einem Zählrohrkopf befestigt, der den Pumpstutzen und die Drahtdurchführungen aufnimmt. Mit diesem Zählrohr ist eine gleich gute Zählcharakteristik und ein geringerer Nulleffekt erreicht worden.

Die Vakuumapparatur besteht aus einer Füll-einrichtung und einer Pumpanlage, die sich aus einer zweistufigen Ölpumpe und einer dreistufigen Quecksilberdiffusionspumpe zusammensetzt. An das Verbindungsrohr zum Zählrohr ist eine Zählgasflasche angeschlossen, die leicht ausgewechselt werden kann und ein zweiter Anschluß für eine Dampfzuführung. Der Zählgasdruck wird mit einem Quecksilbermanometer gemessen, das kurz vor dem Zählrohr angeschlossen ist. Das 4 $\pi$ -Zählrohr verbleibt stets in

horizontalen Lage an der Vakuumapparatur und wird nach gutem Evakuieren mit fertiger Zählgasmischung oder erst mit Löschgas und dann mit Edelgas entsprechendem Mischungsverhältnis gefüllt. Die Messung kann beginnen, sobald sich das Zählgas genügend vermischt hat. Nach der Messung wird die Luft in das Zählrohr gelassen und der Verschluß zur Einführung neuer Präparate entfernt.

Der Aufbau des Zählgerätes ist aus dem Blockschema ersichtlich (Abb. 4). Die auftretenden Zählraten, im oberen und im unteren System sowie die Koinzidenzen (das sind die in den beiden Systemen gleichzeitig auftretenden Impulse) werden zugleich registriert. Das stabilisierte Netzgerät zur Erzeugung der Gleichspannung für die Verstärker ist mit dem stabilisierten Hochspannungsgerät gekoppelt. Der Koinzidenzverstärker besteht aus zwei Vorverstärkern und einer Mischstufe. Die Vorverstärker enthalten den eigentlichen Zählrohrkreis und eine Verstärkerstufe, von denen Abgriffe zu den Zählverstärkern führen. Die Ausbiebung der Koinzidenzen geschieht in einer Hexodenmischung. Die Impulse aus den beiden Vorverstärkern werden an zwei verschiedene Gitter einer Hexode gegeben, wodurch bei gleichzeitigem Auftreten an den Gittern im Anodenkreis der Hexode ein Impuls entsteht, dessen Größe die übrigen um ein Vielfaches übertrifft. Durch Variation der Gitterspannungen können die Impulshöhen und ihre Differenzen beliebig variiert werden. Die drei Ausgänge führen zu den Zählverstärkern.

Die Zählverstärker bestehen aus einem Verstärkerkreis und einem Thyatronkreis, der mit den Zählwerken verbunden ist, die durch einen gemeinsamen Schalter bedient werden. An den Koinzidenz Ausgängen kann ein Oszillograph angeschlossen werden, der die drei hier verschieden großen Impulsgruppen sichtbar macht und eine unabhängige Zähl-einstellung erleichtert.

## II. Untersuchung der Zähleigenschaften der 4 $\pi$ -Zähler

Zur Untersuchung der Zähleigenschaften der 4 $\pi$ -Zähler wurden die Charakteristiken der 4 $\pi$ -Zählrohre in Abhängigkeit von dem Prozentgehalt an Löschgas (z. B. Alkohol) im Zählgas (z. B. Argon) aufgenommen. Als Präparat wurde Ammoniumuranat verwendet, das auf einer Zaponlackfolie aufgetragen wurde, die auf einem Aluminiumblech aufgespannt war. Nur im Auslösebereich (GEIGER-MÜLLER-Bereich) der Zählrohre, wo die Impulshöhe unabhängig von der Energie der Teilchen ist, kann es zu einem Plateau kommen, da das Präparat  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen verschiedenster Energie aussendet.

Der Alkoholdampfzusatz zu Argon konnte in einem Bereich von 2–30% variiert werden. Sowohl die Zählraten im oberen und im unteren System, als auch die auftretenden Koinzidenzen sind stets gleichzeitig bei den verschiedensten Zählgasmischungen aufgenommen worden. Die registrierten Zählraten bei einer Mischung mit 11,1% Alkohol in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung werden in der 4 $\pi$ -Zählcharakteristik (Abb. 5) wiedergegeben. Die Änderungen der Plateaulänge und des Plateaufunktionpunktes mit dem Alkoholgehalt wurden untersucht. Aus den Messungen ergab sich, daß die in I gestellten Anforderungen in dem untersuchten Bereich erfüllt



d. h., die Plateau steigung stets unter 4%/100 V die Plateaulänge stets über 100 V beträgt. Für weiteren Messungen schien es zweckmäßig mit geringen Alkoholgehalt (5%) zu arbeiten, da erreichte Plateaulänge von rund 250 V genügt dadurch eine geringere Differenz zwischen oberer und unterer Zählrate erreicht wurde.

In einer weiteren Meßreihe wurde nur der Gesamtkreis bei feststehendem Alkoholgehalt variiert. Es ergab sich, daß die geforderten Bedingungen von einem Gesamtdruck von 80 mm Hg an erfüllt sind, wenn man den Arbeitspunkt in die Mitte des Plateaus bezeichnet die in diesem Punkt bei stets gleichem Präparat angetroffene Impulszahl als Impulszahl, ergibt sich aus der Abhängigkeit der Impulszahl vom Gesamtdruck das Impulszahlendiagramm (Abb. 6). Es zeigt, daß die Impulszahl im unteren und oberen System konstant geblieben ist. Da stets dem gleichen Präparat gearbeitet wurde, besagt das, daß alle Teilchen erfaßt wurden. Die Erhöhung des Zählgasdruckes bedeutet eine Erhöhung der Ansprechwahrscheinlichkeit. Wenn sich trotzdem die Impulszahl nicht erhöht, so müssen alle einfallenden Strahlen bereits erfaßt sein. Das bedeutet, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit unter diesen Bedingungen 100% beträgt.

Das Auflösungsvermögen der gesamten Apparatur wurde nach üblichen Verfahren zu  $3 \cdot 10^{-4}$  sec bestimmt. Zählt man mit einer frischen Füllung, so ergibt sich nach der ermittelten Mischzeit bei fortlaufend wiederholten Messungen zunächst der gleiche

Wert, falls die minutlichen Impulszahlen nicht zu hoch sind. Nach etwa 5000 bis 10000 insgesamt registrierten Impulsen werden trotz des gleichen Präparates laufend weniger Impulse gezählt. Die Impulszahl fällt mit der Lebensdauer. Will man von einem Präparat mehrere übereinstimmende Meßwerte erhalten, so müssen in dem konstanten Bereich alle Messungen untergebracht oder die Füllungen mehrmals erneuert werden. Bei Messungen mit hohen Impulszahlen muß mit ständig strömendem Zählgas gearbeitet werden, was durch Anbringen eines zweiten Impulsstutzens bei den geschilderten Zählrohrformen zu erreichen ist. Die hier benutzten Präparate sind alle von verhältnismäßig geringer Aktivität und erlaubten deshalb ein Messen mit einer einzigen Füllung.

### III. Messungen zur Absolutbestimmung

Für die folgenden Messungen zur absoluten Aktivitätsbestimmung wurde Ammoniumuranat verwendet, dessen Strahlung verschiedenste energetische qualitative Zusammensetzung besitzt. Die Strahlung der  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung auftretende  $\gamma$ -Strahlung stört im  $4\pi$ -Zähler nicht, denn sie tritt unmittelbar mit einem Elementarakt auf und ergibt somit keine zusätzlichen Impulse. Feinstes Pulver von Ammoniumuranat wurde in Wasser aufgeschwemmt und ein Tropfen auf eine frische, auf einem dünnen

Aluminiumring aufgespannte Zaponlackfolie aufgetragen und vorsichtig eingedunstet. Eine Variation des Durchmessers der Aluminiumringe von 12–20 mm und eine tiefere Einlagerung der Präparate in den Messingschieber ergaben keine Veränderungen der Meßwerte.

Bei der Auszählung der verschiedenen Präparate wurde zuerst der Nulleffekt bestimmt und danach das Präparat, wobei stets die Zählraten im oberen System des  $4\pi$ -Zählrohrs ( $N_0$ ) und im unteren System ( $N_u$ ), sowie die Koinzidenzen ( $N_k$ ) gleichzeitig registriert wurden. Zur Kontrolle wurde stets unmittelbar danach die Zählrate im parallelen System direkt bestimmt. In dieser Reihenfolge ist jedes Präparat bei gleicher Füllung viermal durchgemessen worden. Fanden die Messungen im geraden Bereich der Impulszahl statt, so war ein gleichmäßiges Streuen um den Mittelwert zu beobachten. Gelangte man durch allzulanges Zählen über den geraden Bereich hinaus, so konnte ein Abnehmen der Impulsrate festgestellt werden. Jeder Wert ist das Mittel aus einer Zählung über 3–5 Minuten, damit stets etwa 500–1000 Impulse in einer Zählung registriert wurden, um ungefähr gleiche Fehlerprozentage zu erreichen. Als Beispiel einer solchen Zählung ist für ein Präparat von 0,6 mg Ammoniumuranat die nachfolgende Meßtabelle (Tab. 1) angegeben.

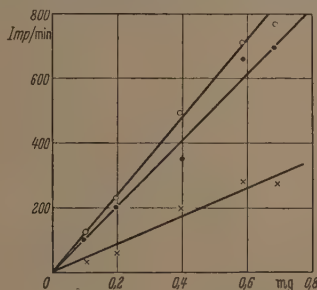


Abb. 7. Zählraten in Abhängigkeit von der Präparatgröße  $\times N_u$ ;  $\circ N_0$ ;  $\square N_k$

Für Präparate mit mehr als 0,8 mg Ammoniumuranat konnten keine proportionalen und eindeutigen Verhältnisse erreicht werden. Der Grund lag bei der bereits zu großen Selbstabsorption und wohl auch darin, daß es bei größeren Stoffmengen schwieriger wurde, Präparate mit gleichen glatten Oberflächen zu erhalten. Da die Differenz zwischen unterer und oberer Zählrate bei größeren Präparaten wesentlich geringer ausfiel, konnte gefolgert werden, daß bei diesen eine hohe Selbstabsorption der schwachen Strahlung stattfand. Für fünf Präparate sind die Ergebnisse derart durchgeführter Messungen in einer Tabelle (Tab. 2) zusammengestellt. Für das ausgemessene Ammoniumuranat folgt daraus eine Aktivität von

$$N_{\text{u}} = 1144 \text{ Zerfälle/min } \pm 3\%$$

Nun mußte noch gezeigt werden, daß die Selbstabsorption bei den verwendeten Präparaten zu vernachlässigen war. Dies ergab sich aus den nachfolgenden Darstellungen, die die Abhängigkeit der Zählraten von der Menge des Strahlers aufzeigen. (Abb. 7). Sie sind für das untere und das obere System gezeichnet, sowie für den Mittelwert  $N_{\text{u}}$ . Die Zählraten liegen alle auf einer Geraden durch den Null-

Tabelle 1. Beispiel einer Meßtabelle. Präparat Nr. 4: 0,6 mg Ammoniumuranat ( $N$  in Impulsen pro Minute).

| Zählsystem: | Nulleffektmessung $N_0^?$ |             |             |               | Präparatmessung $N^?$ |             |             |               | Präparatimpulse $N_s = N^? - N_0^?$ |       |       |     |
|-------------|---------------------------|-------------|-------------|---------------|-----------------------|-------------|-------------|---------------|-------------------------------------|-------|-------|-----|
|             | $N_{u_0}^?$               | $N_{k_0}^?$ | $N_{o_0}^?$ | $N_{\mu_0}^?$ | $N_{u_0}^?$           | $N_{k_0}^?$ | $N_{o_0}^?$ | $N_{\mu_0}^?$ | $N_u$                               | $N_k$ | $N_o$ | $N$ |
| 1.          | 96                        | 43          | 115         | 175           | 357                   | 211         | 768         | 886           | 363                                 | 205   | 776   | 87  |
| 2.          | 108                       | 35          | 125         | 178           | 398                   | 230         | 747         | 875           | 100                                 | 39    | 114   | 17  |
| 3.          | 100                       | 37          | 110         | 168           | 364                   | 213         | 791         | 863           |                                     |       |       |     |
| 4.          | 97                        | 42          | 109         | 172           | 333                   | 168         | 800         | 860           |                                     |       |       |     |
| Mittelwert: | 401                       | 157         | 459         | 693           | 1452                  | 822         | 3106        | 3484          | 263                                 | 166   | 662   | 69  |
|             | 100                       | 39          | 114         | 173           | 363                   | 205         | 776         | 871           |                                     |       |       |     |

Tabelle 2. Meßergebnisse für die einzelnen Präparate. (Werte nach Abzug des Nulleffektes in Imp/min).

| Pr. Nr. | mg  | $N_u$ | $N_k$ | $N_o$ | $N_{\Sigma u}$ | $N_{\mu}$ | $\bar{N}_{\mu}$ | $\bar{N}_{\mu, \text{mg}}$ | $v$ | $v^2$ |
|---------|-----|-------|-------|-------|----------------|-----------|-----------------|----------------------------|-----|-------|
| 1.      | 0,1 | 24    | 5     | 97    | 116            | 112       | 114             | 1140                       | 4   | 16    |
| 2.      | 0,2 | 42    | 33    | 204   | 213            | 197       | 205             | 1025                       | 119 | 1416  |
| 3.      | 0,4 | 196   | 25    | 344   | 515            | 478       | 496             | 1240                       | 96  | 921   |
| 4.      | 0,6 | 263   | 166   | 662   | 759            | 698       | 728             | 1213                       | 69  | 476   |
| 5.      | 0,7 | 257   | 145   | 693   | 805            | 737       | 771             | 1101                       | 43  | 184   |
|         |     |       |       |       |                |           |                 | 5719                       |     | 3006  |
|         |     |       |       |       |                |           |                 | 1144                       |     |       |

$$\Delta X = \sqrt{\frac{30003}{20}} \approx 39$$

$$N_{\Sigma u} = N_o + N_u - N_k$$

$$N_{\mu} = (N_{\Sigma u} + N_{\mu})/2$$

$$\bar{N}_{\mu} = 1144 \pm 39 \text{ Imp/min. mg}$$

$$N_{\mu} = 1144 \text{ Imp/min. mg} \pm 3\%$$

punkt, weshalb angenommen werden konnte, daß die Selbstabsorption keine wesentliche Rolle mehr spielte.

Betrachtet man die Differenzen zwischen oberer und unterer Zählrate, so stellt man fest, daß ein recht hoher Prozentsatz bezogen auf  $N_{\mu}$  auftritt. Es ist die Frage zu stellen, wieviel Prozent hierbei auf echter Absorption in der Folie beruhen und deshalb zu  $N_{\mu}$  zuzurechnen sind, und wieviel sich nur aus der Rückstreuung von Teilchen ergeben haben. Es wird im folgenden der Weg untersucht, der in der Arbeit [1] vom Verfasser aufgezeigt wurde und bei dem man aus Messungen im gleichen 4 $\pi$ -Zähler darüber Aufschluß erhalten kann.

Wird eine Folie, wie sie als Präparaturunterlage benutzt wurde, über das Präparat gedeckt, so muß ein Teil der in das obere Volumen abgestrahlten Teilchen in das untere Zählsystem zurückgestreut ein anderer in ihr absorbiert werden. Die obere Zählrate muß sich deshalb verringern, während die untere Zählrate zunimmt. Aus diesen Meßwerten kann die Rückstreuung und die Absorption in der überdeckten Folie berechnet werden [1].

Eine Störung der Zähleigenschaften trat durch das Überdecken nicht auf, da das Präparat soweit in den Schieber eingesenkt wurde, daß es mit der

aufgelegten Folie den Schieberrand kaum überrag. Nacheinander wurden drei Folien, wie sie für Präparaturunterlagen verwendet wurden über ein Präparat gelegt, das im folgenden stets als Hilfspräparat bezeichnet werden soll, gelegt. Die Zählraten Hilfspräparates wurden zunächst bestimmt ( $N_{oH}$ ,  $N_{kH}$ ,  $N_{\mu H}$ ) und in einer zweiten Messung Zählraten des gleichen Präparates mit aufgelegter Präparatfolie ( $N_{uP}$ ,  $N_{oP}$ ,  $N_{kP}$ ,  $N_{\mu P}$ ). Die Ergebnisse der durchgeführten Messungen sind in der Tabelle zusammengestellt. Man ersieht hieraus, daß in der Tat  $N_o$  und  $N_{\mu}$  durch Überdecken stets kleiner geworden sind, während  $N_u$  etwas angewachsen. Für die Absorption und Rückstreuung sind nur die Unterschiede zwischen den entsprechenden Zählraten  $N_{\mu H} - N_{\mu P} = \Delta N_{\mu}$ ;  $N_{oH} - N_{oP} = \Delta N_o$  und  $N_{uH} - N_{uP} = \Delta N_u$  bestimmend. Diese für die Folie charakteristischen Differenzen sind in der Tabelle zusammengestellt. Sie zeigt, daß diese Folie obwohl sie aus einer ausgegossenen Zaponlackfolie ausgestochen waren noch ziemliche Unterschiede aufweisen. Deshalb wurde die Berechnung (1) gezogen, bei der lediglich vorausgesetzt wird, daß das Produkt aus der Rückstreuung und der Absorption  $R, A$ , ungefähr gleich Null ist. Außerdem fordert sie bei der Messung für das Hilfspräparat

Tabelle 3. RA-Bestimmung an Zaponlackfolien mit Ammoniumuranat. (Wertetabelle). ( $N$  in Imp/min).

|                      | Grundpräparat |          |          | Folie 1  |          |          | Folie 2  |          |          | Folie 3  |          |          |
|----------------------|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                      | $N_{uH}$      | $N_{kH}$ | $N_{oH}$ | $N_{uP}$ | $N_{kP}$ | $N_{oP}$ | $N_{uP}$ | $N_{kP}$ | $N_{oP}$ | $N_{uP}$ | $N_{kP}$ | $N_{oP}$ |
| Zählraten: (Imp/min) |               |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| 1.                   | 128           | 31       | 292      | 142      | 30       | 197      | 144      | 30       | 159      | 143      | 25       | 200      |
| 2.                   | 124           | 29       | 288      | 148      | 26       | 195      | 136      | 23       | 167      | 134      | 19       | 190      |
| 3.                   | 135           | 18       | 272      | 152      | 20       | 218      | 142      | 22       | 176      | 130      | 23       | 170      |
| 4.                   | 127           | 21       | 272      | 156      | 35       | 196      | 133      | 31       | 180      | 135      | 24       | 180      |
| Mittelwert:          | 514           | 99       | 1124     | 598      | 111      | 806      | 555      | 106      | 682      | 542      | 91       | 750      |
|                      | 128           | 25       | 281      | 149      | 28       | 202      | 139      | 27       | 170      | 136      | 23       | 180      |

$$N_{\mu} = N_o + N_u - N_k$$

$$= H, P$$

$$N_{\mu H} = 384$$

$$N_{\mu P} = 323$$

$$N_{\mu P} = 232$$

$$N_{\mu P} = 301$$



eine ungefähr gleiche Unterlage für das Hilfs-  
parat. Für alle Folien ist die Bedingung

$$R_f A_f = \frac{\Delta N_{\nu} (\Delta N_o - \Delta N_{\nu})}{(N_{oH})^2} \cong 0$$

ilt, denn benutzt man den Mittelwert aus den  
ungen von den drei Folien (Tab. 4), so folgt

$$\frac{82 \cdot (94 - 82)}{(281)^2} \cong 0,012.$$

Tabelle 4. Tabelle der charakteristi-  
schen Differenzen der Zählraten zu  
Tabelle 3.

|            | $\Delta N_{\nu}$ | $\Delta N_o$ | $\Delta N_u$ |
|------------|------------------|--------------|--------------|
| 1. Folie   | 61               | 79           | 21           |
| 2. Folie   | 102              | 111          | 11           |
| 3. Folie   | 83               | 93           | 8            |
| Mittelwert | <u>82</u>        | <u>94</u>    | <u>13</u>    |

Tabelle 5. RA-Bestimmung an Zaponlackfolien mit Uran X. (Wertetabelle, N in Imp/min). (Uran X angereichert).

|                      |    | Grundpräparat |          |          | Folie 1  |          |          | Folie 2  |          |          | Folie 3  |          |          |
|----------------------|----|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                      |    | $N_{uH}$      | $N_{kH}$ | $N_{oH}$ | $N_{uP}$ | $N_{kP}$ | $N_{oP}$ | $N_{uP}$ | $N_{kP}$ | $N_{oP}$ | $N_{uP}$ | $N_{kP}$ | $N_{oP}$ |
| Zählraten:<br>(/min) | 1. | 310           | 34       | 606      | 342      | 22       | 460      | 335      | 24       | 433      | 334      | 33       | 447      |
|                      | 2. | 299           | 43       | 590      | 343      | 15       | 470      | 347      | 31       | 448      | 321      | 23       | 444      |
|                      | 3. | 293           | 33       | 595      | 335      | 25       | 455      | 340      | 17       | 435      | 345      | 24       | 463      |
|                      | 4. | 306           | 32       | 601      | 349      | 31       | 430      | 315      | 27       | 427      | 326      | 37       | 418      |
| Mittelwert:          |    | 1208          | 142      | 2392     | 1369     | 93       | 1815     | 1337     | 99       | 1743     | 1326     | 117      | 1772     |
|                      |    | 302           | 35       | 598      | 342      | 23       | 454      | 334      | 25       | 436      | 331      | 29       | 443      |

$$N_{\nu} = N_o + N_u - N_k.$$

$$N_{oH} = 865$$

$$N_{\nu P} = 773$$

$$= H; P$$

$$N_{oP} = 745$$

$$N_{\nu P} = 745$$

aus ist ersichtlich, daß eine Vernachlässigung  
des Wertes erlaubt ist und eine Berechnung nach  
hierfür aufgestellten Gleichungen möglich ist.  
ach ist:

$$A_f = \frac{\Delta N_{\nu}}{N_{oH}} = \frac{82}{281} = 0,292 \text{ d. h. } 29,2\%$$

$$R_f = \frac{\Delta N_o - \Delta N_{\nu}}{N_{oH}} = \frac{12}{281} = 0,0427 \text{ d. h. } 4,3\%.$$

it kann auch die bei diesen Messungen auf-  
ende Differenz  $(281 - 128 = 153 \text{ d. h. } 39,8\%$   
 $384)$  zwischen oberer und unterer Zählrate  
fähr gerechtfertigt werden. Aus der theoretin  
Berechnung [1] folgt:

$$N_o - N_u \cong A_f + 2 R_f.$$

ergibt 37,8%, was bei Berücksichtigung der  
lichen Meßfehler eine recht gute Übereinstim-  
g ist.

Nimmt man an, daß die Meßfolien die zur RA-  
immung benutzt wurden, ungefähr den Durch-  
itt der bei den Präparaten verwendeten Folien  
ffen haben, so sind jetzt 29,2% Absorption zu  
cksichtigen, was dann ergibt:

$$N = \frac{2 N_{\nu}}{(2 - A_f)} = \frac{2 \cdot 1144}{(2 - 0,292)}.$$

das hier ausgemessene Ammoniumuranat kann  
festgestellt werden<sup>1</sup>:

ute spezifische Aktivität

$$N = 1340 \text{ Zerfälle/min mg.}$$

Bei Vernachlässigung der echten Koinzidenzen, der  
igen Koinzidenzen, usw.

Weitere Absorptions- und Rückstreuungsmessun-  
gen an den Zaponlackfolien wurden ausgeführt, um  
die Methode an aktiveren Präparaten zu untersuchen.  
In einer Uranylösung wurde mit Hilfe von Aktiv-  
kohle Uran X angereichert. Die Kohle enthält nach  
einer Zeit größtenteils Uran X. Filtriert man sie  
wieder aus, so erhält man ein Präparat, das zum  
größten Teil  $\beta$ -Strahlung und daneben nur wenig  
 $\alpha$ -Strahlung aussendet. Damit erhält man ein Hilfs-  
präparat, das eine größere spezifische Aktivität  
besitzt, dies bewirkt eine höhere Zählrate und damit  
einen geringeren Meßfehler. Außerdem muß die  
Absorption in der Folie abnehmen, da die  $\beta$ -Strahlung  
weniger absorbiert wird, und wegen der höheren  
Zählrate muß sich eine Vertiefung der charakteristi-  
schen Differenzen zeigen.

Die mit diesem Hilfspräparat an den gleichen  
Folien erhaltenen Meßwerte sind in der folgenden

Tabelle 6. Tabelle der charakteristi-  
schen Differenzen der Zählraten zu  
Tabelle 5.

|            | $\Delta N_{\nu}$ | $\Delta N_o$ | $\Delta N_u$ |
|------------|------------------|--------------|--------------|
| 1. Folie   | 92               | 144          | 40           |
| 2. Folie   | 120              | 162          | 32           |
| 3. Folie   | 120              | 155          | 29           |
| Mittelwert | <u>110</u>       | <u>154</u>   | <u>34</u>    |

Tabelle zusammengestellt (Tab. 5). Daraus sind die  
charakteristischen Differenzen (Tab. 6) entnommen.  
Aus diesen ist in der Tat zu ersehen, daß sich die  
charakteristischen Differenzen vergrößert haben.  
Die Überprüfung der Bedingungsgleichung für die  
Vernachlässigung von  $R_f A_f$  führt zu:

$$\frac{\Delta N_{\nu} (\Delta N_o - \Delta N_{\nu})}{(N_{oH})^2} = \frac{110 (154 - 110)}{(598)^2} \cong 0,014.$$

Dies zeigt, daß auch hier die Voraussetzung noch  
recht gut erfüllt und die Vernachlässigung von  $R_f A_f$   
zulässig ist. Deshalb kann die Absorption und die  
Rückstreuung auch nach denselben Gleichungen  
berechnet werden.

Hier gilt:

$$A_f = \frac{\Delta N_{\nu}}{N_{oH}} = \frac{110}{598} = 0,184 \text{ d. h. } 18,4\%$$

$$R_f = \frac{\Delta N_o - \Delta N_{\nu}}{N_{oH}} = \frac{44}{598} = 0,074 \text{ d. h. } 7,4\%.$$

Daraus ist zu ersehen, daß die Anreicherung der  
 $\beta$ -Strahlung eine Erhöhung der Rückstreuung und  
eine Abnahme der Absorption bewirkt hat.

Ein Vergleich mit den tatsächlich auftretenden Differenzen zwischen oberer und unterer Zählrate bei der  $RA$ -Bestimmung zeigt recht gute Übereinstimmung. Die Differenzen zwischen der oberen und unteren Zählrate bei der  $RA$ -Bestimmung ergibt sich zu

$$598 - 302 = 296 \quad \text{das sind } 34,2\% \text{ von } 865.$$

Dies muß etwa entsprechen

$$A_f + 2 R_f = 18,4 + 14,8 = 33,2\%.$$

Es dürfte keine besonderen Schwierigkeiten bereiten, durch Vergrößerung der Meßreihen und einige Verbesserungen die auftretenden Meßfehler unter 1–2% zu halten. Besonders müßte für sehr geringe Aktivitäten der Nulleffekt noch bedeutend verringert werden.

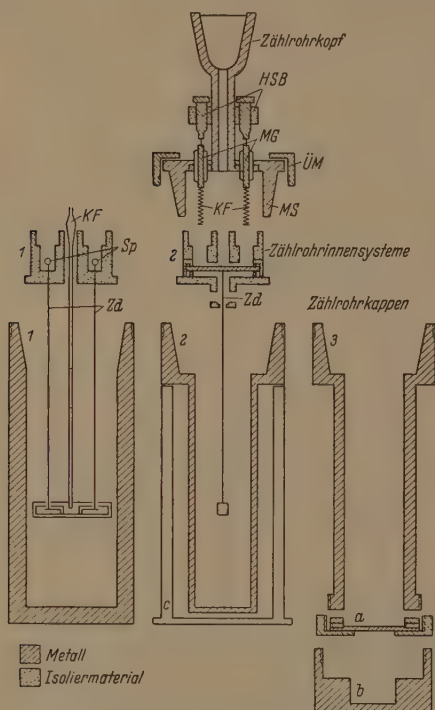


Abb. 8. Einzelteile zum Kombinations-Zählrohr.  
HSB Hochspannungsbuchsen; MG Metallglasdurchführungen;  
KF Kontaktfedern; MS Metallschliff; Sp Spannschrauben;  
Zd Zählrohr; ÜM Überwurfmutter.

#### IV. Vorschlag eines Kombinations-Zählrohrs zur Erleichterung und Verbesserung der Messung

Die Messungen mit dem 4  $\pi$ -Zählrohr sind zeitraubend und schwierig. Man kann mit gewöhnlichen Zählrohren arbeiten, wenn einmal der absolute Wirkungsgrad bei dem betreffenden Strahler und der verwendeten Präparatform für dieses Zählrohr durch Relativeichung ermittelt wurde. Hierfür eignen sich besonders die verschiedensten Glockenzählrohre und Flüssigkeitszählrohre. Die Wahl hängt von den vorliegenden radioaktiven Stoffen ab. Ist von einem bestimmten Strahler bereits ein Präparat mit dem 4  $\pi$ -Zähler absolut geeicht, d. h.  $N$ , die absolute Anzahl der Atomzerfälle bekannt, so kann es zur Bestimmung des absoluten Wirkungsgrades  $A_w$  eines beliebigen Zählrohrs verwendet werden. Zählt man

mit diesem  $N_r$  Impulse bei dem gleichen Präparat wird:

$$A_w = \frac{N_r}{N},$$

falls stets die gleiche Präparatform und Lage bei wird. Dann kann man, solange der gleiche Str vorliegt, die folgenden Präparate auch mit der wöhnlichen Zählrohr genau bestimmen.

Um die Arbeiten mit dem jeweils einfachsten günstigsten Zählrohr zu ermöglichen, wird ein Kombinations-Zählrohr vorgeschlagen, das alle benötigten Zählrohrformen vereint und gleichzeitig eine schnelle Relativeichung ermöglicht. Aus einigen Grundelementen wird mit verschiedenen Zusatzteilen gerade benötigte Zählrohr zusammengesetzt. Grundelemente werden vorgeschlagen. Das erste ist ein „Zählrohrkopf“, der den Normschliff für den Anschluß an die Vakuumapparatur und zwei isolierte Spannungszuführungen trägt. Dieser kann für alle Zählrohrformen und -arten verwendet werden, braucht nur einmal vorhanden sein. Das zweite ist ein „Zählrohrinnensystem“. Dieses ist ein Isolierstück, der Kontakte zu den Drahtdurchführungen trägt, eine Spannschraube für den Zählrohrdraht trägt und in den Zählrohrkopf eingeschoben wird. An der Isolierseite ist der Zählrohrdraht in der jeweils erforderlichen Lage befestigt. Verschiedene Innensysteme erlauben, den Zählrohrdraht schnell in beliebiger Lage dem Zählrohr anzuordnen. Das dritte ist eine „Zählrohrkappe“, die auf den Zählrohrkopf aufgeschraubt ist und mit einer Überwurfmutter befestigt wird. Die Kappe bildet gleichzeitig das Evakuiergefäß und die Zählrohrwand. Sie kann in den verschiedensten nach den einzelnen Zählrohrformen erforderlichen Ausführungen hergestellt werden. Diese Einzelteile lassen sich beliebig kombinieren und zu vielen Zählrohrformen zusammensetzen.

Aus dem Aufbau aus Einzelteilen entstehen weitere Vorteile, da sie bedeutend leichter und schneller herzustellen sind. Sie können leicht ausgetauscht und gereinigt oder ersetzt werden. Wenigen Minuten kann man jedes Zählrohr nach frischer Füllung verwendungsbereit haben.

Für den 4  $\pi$ -Zähler, der stets zur Relativeichung der Zählrohre benötigt wird, ist immer eine Vakuumapparatur nötig, die sofort auch für die Füllung anderer Zählrohre benutzt werden kann. Auch ein 4  $\pi$ -Zählapparat ist für jedes andere Zählrohr verwendbar, so daß keine weiteren zusätzlichen Geräte notwendig sind.

Die Ausführung dieser Einzelteile ist in der Skizze (Fig. 8) für die Zählrohre gezeigt, die am häufigsten für die Absolut- und Relativeichung benötigt werden. Aus den im Längsschnitt gezeichneten Einzelteilen können folgende Zählrohre zusammengestellt werden:

1. Ein 4  $\pi$ -Zählrohr. (Zählrohrkopf + Innensystem 1 + Kappe 1).
2. Ein demontables Glockenzählrohr. (Zählrohrkopf + Innensystem 2 + Kappe 3 + Zusatzteil c).
3. Ein Glockenzählrohr mit beliebigem Strahlfenster. (Zählrohrkopf + Innensystem 2 + Kappe 3 + Zusatzteil a).
4. Ein Flüssigkeitszählrohr. (Zählrohrkopf + Innensystem 2 + Kappe 2 + Zusatzteil c).
5. Ein GEIGER-MÜLLER-Zählrohr (Zählrohrkopf + Innensystem 2 + Kappe 2).



Die nach der Füllung werden aus diesen Formen Zählrohre die im Proportionalbereich oder im Auswahnbereich arbeiten, selbstlöschende oder nicht löschende Zählrohre bzw. Dampfzählrohre. Bei den Zählrohren verbleibt das Zählrohr entweder direkt an der Vakuumapparatur oder wird durch ein Zwischenstück mit einem Hahn abgeschlossen und kann dann an jedem beliebigen Ort verwendet werden. Diese Kombination ermöglicht eine vielseitige Verwendung. Arbeiten an dem Kombinations-Zählrohr sind vom Verfasser am Institut für Medizin und Biologie der Deutschen Akademie der Wissenschaften Berlin-Buch begonnen worden [2], wo auch die bildeten experimentellen Arbeiten ausgeführt werden.

### Zusammenfassung

Der Aufbau eines  $4\pi$ -Zählers wird näher beschrieben; zwei verschiedene Ausführungen des Zählers werden angegeben und deren Zählleistungen untersucht. Mit diesem Zähler ausge-

führt Absolutbestimmungen eines Strahlers mit verschiedenster qualitativer und energetischer Strahlungszusammensetzung werden erläutert und spezielle Messungen zur Absorptions- und Rückstreuungsbestimmung ausgewertet. Zur Vereinfachung und Erleichterung der Messungen wird ein Kombinations-Zählrohr vorgeschlagen.

Erl. Dozent Dr. Ing.-habil. HERFORTH danke ich bestens für die Beratung bei den experimentellen Arbeiten und der Anfertigung der Arbeit.

**Literatur.** [1] LEISTNER, M.: Zeitschrift f. Physik 141, 463 (1955). — [2] LEISTNER, M.: Diplomarbeit, Humboldt-Universität, Berlin. — [3] MEYER-SCHÜTZMEISTER, L. u. D. H. VINCENT: Zeitschrift f. Physik 134, 9 (1952). — [4] HOUTERMANS, F. G., MEYER-SCHÜTZMEISTER, L. und VINCENT, D. H.: Zeitschrift f. Physik 134, 1 (1952). — [5] KMENT, V. und A. KUHN: Das GEIGER-MÜLLER-Zählrohr (1953).

Dipl.-Phys. MANFRED LEISTNER,  
Leipzig, Physikalisches Institut  
der Karl-Marx-Universität

## Über innere Transistorschwingungen

Von DIETRICH GEIST

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. November 1955)

Unter inneren Schwingungen sollen (im Sinne der Theorie der unendlich kleinen Schwingungen) solche Schwingungen verstanden werden, die 1. sich aus beliebig kleinen Störungen heraus selbst erregen, 2. eine nur durch die Eigenschaften des Transistors, allenfalls noch durch den statischen Arbeitspunkt bestimmte Frequenz besitzen. Äußere Schaltelemente sollen nur einen winkelfreie Zweipole sein.

In entsprechenden Schaltungen mit Spitzentransistoren wurden Schwingungen gefunden, die als interne Transistorschwingungen gedeutet wurden [1]. Wenn diese Deutung zutrifft, sollte es gelingen, die Schwingungen aus einer Stabilitätsbetrachtung abzuleiten.

Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung werden kurz mitgeteilt. Anstelle des Spitzentransistors wurde ein Hook-Transistor<sup>1</sup> den Betrachtungen unterzogen, da er wie der Spitzentransistor eine Stromverstärkung über 1 aufweist [2], und der geometrischen Geometrie wegen einfacher zu beschreiben ist. Der Hook-Transistor besitzt vier Zonen nennender Leitfähigkeitstyps (Abb. 1): 1 Emitter, 2 Basis und 2' Hook; Zone 1' erhält den Kollektoraußbau, besitzt jedoch Emittereigenschaften [3]. Der Basiswiderstand  $r_b$  ist der Ohmsche Widerstand der Basis für Majoritätsträger  $r_b = \rho_b/w$  ( $w$  Dicke der Basis,  $\rho_b$  ihr spezifischer Widerstand). Zwischen 2

und 2' liegt die Kollektorsperrschicht, deren elektrisches Verhalten vollständig durch die von den Schwingungen der Raumladung herrührende SCHOTTKYsche Kapazität  $C$  bestimmt ist, die vom Stör-

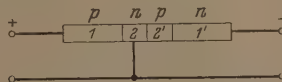


Abb. 1. Zonen des Hook-Transistors.  
( $p$  und  $n$  sind zusammen mit der Polarität vertauschbar).

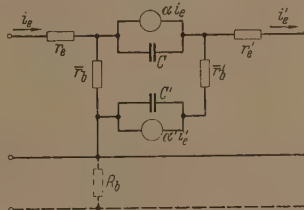


Abb. 2. Zusammengesetzter Hook-Transistor. Ersatzschaltbild.

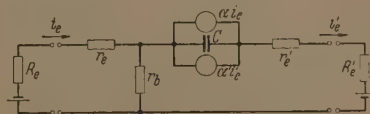


Abb. 3. Hook-Transistor. Ersatzschaltbild.

Wir benutzen den nicht zusammengesetzten Hook-Transistor, der ebenso wie der Spitzentransistor nicht für alle Arbeitspunkte statisch stabil ist. Im Gegensatz dazu ist der zusammengesetzte Hook-Transistor statisch stets stabil [3], kann aber durch einen zusätzlichen Widerstand  $R_b$  im Basiskreis stabil gemacht werden. Wie Abb. 2 und 3 zeigen, wird die Stabilität vom Spannungsabfall hervorgebracht, den  $i_c$  am Widerstand  $r_b$  bzw.  $R_b$  (nicht aber an  $r_e$ ) ergibt und der bei einer Änderung des differentiellen Eingangswiderstandes negativ zu sein, da  $i_e$  und  $i_c$  den Widerstand  $R_b$  bzw.  $r_b$  gegensinnig fließen.

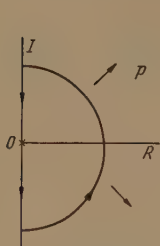
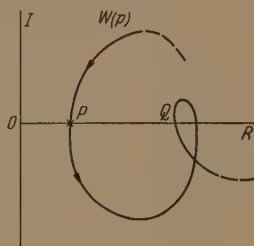
Der Verlauf des Stromes zwischen 2 und 2' hängt von der Ohmschen Kollektorleitwert vernachlässigen wir gegenüber  $\omega C$ , da wir uns im Sättigungsgebiet der Sperrkennlinie befinden. Ebenso ist die SHOCKLEY-Kapazität (Blindanteil der Diffusionsströme) der Kollektorsperrschicht vernachlässigbar [4]. Hingegen sind die Durchlaßströme der Sperrschichten 12 bzw. 1'2' ausschließlich ungesättigte Diffusionsströme mit Wirk- und Blindanteil ( $1/r_e$ ) während der Einfluß

der SCHOTTKY-Kapazität daneben vernachlässigbar ist [4]. Die Diffusion der Minoritäten in Basis und Hook bewirkt eine Abnahme und Phasendrehung der Stromverstärkung  $\alpha_s$  mit wachsender Frequenz. Man erhält

$$r_e = \frac{kT}{q} \frac{1}{J_0} \frac{\mathfrak{I}g u s}{u s} = \varrho f(p) \quad \alpha = \frac{1}{\mathfrak{O} \mathfrak{O} f u s} \quad (1)$$

$$r'_e = \frac{kT}{q} \frac{1}{J'_0} \frac{\mathfrak{I}g u' s'}{u' s'} \quad \alpha' = \frac{1}{\mathfrak{O} \mathfrak{O} f u' s'},$$

(mit  $u = w/L$ ,  $L$  Diffusionslänge,  $\tau$  Lebensdauer der Minoritäten in 2,  $I_e$  Gleichstrom durch 1,  $kT/q$  Volt-äquivalent der Temperatur,  $s = \sqrt{1 + p\tau}$ ,  $p$  komplexe Frequenz, analog für 2' und 1'), wenn man die EARLYSchen Formeln<sup>1</sup> soweit vereinfacht, als es die Eigenschaften guter Transistoren nahelegen.

Abb. 4. Verlauf von  $p$ .Abb. 5. Verlauf von  $W(p)$ .

Die vorliegende Betrachtung berücksichtigt außer dem statischen Verhalten sowohl die Kollektorkapazität als das Diffusionsverhalten der Minoritäten in den Zonen 2 und 2' (Basis und Hook). Laufzeiteffekte in der Basis sind einbezogen, aber nicht solche in den Sperrschichten. Zusehends darf die Eigenfrequenz nicht um Größenordnungen über der  $\alpha$ -Grenzfrequenz (Basislaufzeit) liegen. Unter diesen Voraussetzungen beschreibt das Ersatzschaltbild Abb. 3 das elektrische Verhalten vollständig. Die Determinante der gleich null gesetzten beiden Maschengleichungen für die 2 unabhängigen Ströme  $i_s$  und  $i'_s$  liefert

$$W(p) \equiv r(1 - \alpha') + r_b(1 - \alpha - \alpha') + pCr r' + pCr_b(r + r') = 0$$

mit  $r = R_e + r_e = R_e + \varrho f(p)$ , analog  $r'$ . Wir vereinfachen vorübergehend, indem wir zunächst Symmetrie der Eigenschaften voraussetzen und  $\alpha = \alpha'$

<sup>1</sup> Die ziemlich umfassenden EARLYSchen Formeln in [4] p. 1282 wurden durch klar rechtfertigbare Ansätze so vereinfacht, daß die vorliegenden Betrachtungen allgemein durchführbar sind. Im einzelnen wurde vorausgesetzt:

$w \ll L$ , die Basisdicke sei klein gegen die Diffusionslänge; der Stromanteil der Emittorminoritäten sei mit Rücksicht auf hohe Emittordotierung vernachlässigbar; der Emittorgleichstrom  $I_{e0}$  (definiert als Emittorstrom für den Fall, daß die Übergangszonen 12 und 22' beide in Sperrrichtung liegen) sei klein gegen den Emittorstrom im Arbeitspunkt, wie es für Transistoren mit kleinem Sperrstrom der Sperrschichten erfüllt ist;

die Stromverstärkung im Kollektor, d. h. hier in 2' bzw. 2, sei vernachlässigbar; das trifft zu für nicht zu hochohmiges Material mit  $\sigma_1$  Minoritäten  $\ll \sigma_2$  Majoritäten, analog für 2; für große Werte des Kollektor- und Übertragungswiderstandes  $r_{22}$  und  $r_{21}$  verglichen mit dem Basiswiderstand  $r_b$  ist die Stromverstärkung

$$\alpha_e = \frac{r_m}{r_c} = \frac{r_{21} - r_b}{r_{22} - r_b} \approx \frac{r_{21}}{r_{22}} = \frac{y_{ce}}{y_{ee}}$$

( $y$  die  $r$  zugeordneten Leitwerte [2]).

sowie  $r/r' = R_e/R'_e = I'_e/I_e = c$  mit reellem  $c$  setzen. Dann bleibt

$$W(p) \equiv r_b - \alpha(R_e + 2r_b) - \varrho \alpha f(p) + pCr + r(1 + p(1 + c)r_b C) = 0.$$

Als Stabilitätskriterium dient das Umlaufkriterium [5]. Die Funktion  $W(p)$  hat keine Pole in der rechten Halbebene<sup>1</sup>.  $W(p) \equiv \eta e^{i\varphi}$  hat dann so viele Nullstellen in der rechten Halbebene (die die selbstregbaren Frequenzen festlegen) wie das Argument  $\varphi$  im Uhrzeigersinn ausführt, wenn  $p$  die in Abb. 4 angegebene Kurve durchläuft. Die allgemeine Diskussion von  $W$  liefert ohne Rücksicht auf spezielle Werte stets eine Gestalt nach Abb. 5; die Kurve kann noch ein gewisses Stück längs der reellen Achse parallel verschoben sein. Im gezeichneten Fall liegt Stabilität vor (kein Umlauf von  $\varphi$ ). Bei der üblichen Parallelverschiebung kann, wie die allgemeine Diskussion zeigt,  $Q$  nie links von null zu liegen kommen, höchstens  $P$ . Im letzteren Falle existiert eine reelle positive Wurzel. Dann tritt statische Instabilität auf, nämlich für  $r(1 - \alpha') < r_b(\alpha - (1 - \alpha'))$ , wo für  $r, \alpha$  und  $\alpha'$  die statischen Werte zu setzen sind. Da die Gesamtstromverstärkung  $\bar{\alpha} = \alpha(1 - \alpha')$  trägt, entspricht dies genau der bekannten Stabilitätsaussage für den Spitzentransistor [2]. Die Ergebnisse bleiben ungeändert, wenn man die Symmetriebedingung vor Formel (2) fallen läßt, also die Teile 1 und 2 sowie 1' und 2' verschiedene Frequenzabhängigkeit zuordnet, insbesondere die Trägerlebensdauer verschieden annimmt. Es ergibt sich

der Einfluß von Kollektorkapazität und Diffusionsverhalten der Träger in Basis und Hook auf Hooktransistoren (und auch Spitzentransistoren) liefert keine inneren Schwingungen.

Man muß also schließen, daß entweder die experimentell [1] gefundenen Schwingungen durch äußere Schaltelemente mitbedingt (also gar keine inneren Schwingungen) waren oder daß einer der an sich untergeordneten, hier (entsprechend den Formeln (1) und in der zugehörigen Fußnote angegebenen Voraussetzungen) vernachlässigten Effekte wesentlich ist. Spekulationen darüber ohne weitere experimentelle Grundlagen scheinen wenig aufschlußreich. Z. B. erreicht man durch eine am Schluß gezeigte formale Annahme leicht die Möglichkeit kollektiv-stromabhängiger innerer Schwingungen.

Nachdem oben die charakteristische Gleichung aufgestellt wurde, soll noch festgestellt werden, allenfalls gedämpfte Eigenfrequenzen existieren. Die benutzten Formeln ohnehin nur für Frequenzen gelten, die nicht um Größenordnungen über der  $\alpha$ -Grenzfrequenz liegen, seien die transzendenten Funktionen nach ihrem Argument bis zum quadratischen Glied entwickelt. Ferner werde die Frequenzabhängigkeit einer der beiden Transistorhälften (z. B. 1, 2) versuchsweise unterdrückt. Dann erhält man unter den bisher gemachten Voraussetzungen eine charakteristische Gleichung mit nur reellen Wurzeln, so daß überhaupt keine Eigenschwingung existieren.

<sup>1</sup>  $f(p) = (\mathfrak{I}g u s)/u s$  ist eine Funktion von  $u^2 s^2 = u^2(1 + p\tau)$  und Pole treten nur für rein imaginäres Argument  $\Re(u^2 s^2) = 0$  auf; hier ist wegen  $\Re(p) \geq 0$  stets  $\Re(u^2 s^2) > 0$ . Für  $1/\mathfrak{O} \mathfrak{O} f u s$  gilt dieselbe Überlegung.



Enzlich andere Verhältnisse treten ein, wenn z. B. formal annimmt, daß die Frequenzabhängigkeit des Widerstandes  $r'_e$  und der Stromverteilung  $\alpha'$  nicht von der Trägerdiffusion im Hook 2' sondern zugleich von andern Effekten (z. B. wegen dem normalen Fall von der SCHOTTKY-azität der Sperrschicht 1' 2') herrührt, so daß  $r'_e$  wesentlich verschiedenen Frequenzgang zeigen. So liefert der Ansatz, daß nur  $r'_e$  gemäß (1) frequenzabhängig sei, für die inneren Schwingungen Frequenzformel mit einer Abhängigkeit vom Kollektorgleichstrom  $I'_e$  durch 1' wie sie experimentell gefunden wurde<sup>1</sup>. Mangels ausreichender Begründung soll jedoch auf diesen Ansatz nicht eingegangen werden.

### Zusammenfassung

Experimentell gefundene Schwingungen in Spitzentransistorschaltungen wurden als innere Schwingungen angesprochen. Eine Stabilitätsbetrachtung ergibt jedoch, daß der Hook-Transistor und aus

$$\omega^2 \sim I'_e; \text{vgl. [1].}$$

Analogiegründen auch der Spitzentransistor zu inneren Schwingungen nicht fähig sind, wenn ihre wesentlichen Eigenschaften (die Diffusion der Minoritäten in Basis und Hook und die Kollektorkapazität) konsequent berücksichtigt werden. Gewisse formale Annahmen erlauben jedoch innere Schwingungen. Bei den Experimenten handelte es sich also entweder nicht um innere Schwingungen, oder aber die Schwingungen hängen von an sich untergeordneten, hier unberücksichtigten Transistoreigenschaften ab. Wie diese mit den formalen Annahmen zusammenhängen, könnte nur durch weitere Experimente geklärt werden.

**Literatur.** [1] HOLLMANN, H. E.: Z. Physik 138, 1 (1954). — [2] SHOCKLEY, W.: Electrons and holes in semiconductors. D. van Nostrand, New York. 1950. p. 34, 110, 40, 82. — [3] EBERS, J. J.: Proc. IRE 40, 1361 (1952). — [4] EARLY, J. M.: Bell Syst. techn. J. 32, 1295 (1953). — [5] STRECKER, F.: Die elektrische Selbsterregung. Hirzel, Stuttgart 1947. p. 109 ff.

Dr. DIETRICH GEIST,

2. Physikalisches Institut der Universität Köln.

## Ein Übersichtsnomogramm für Elektronenbeugungsuntersuchungen

Von HERIBERT JAHREISS, Köln

Mit 1 Textabbildung

(Eingegangen am 21. Dezember 1955)

### Zielsetzung

Während die feineren Einzelheiten eines Elektronenbeugungsdiagramms wie z. B. Intensitätsauf-, Halbwertsbreite von DEBYE-SCHERRER-Ringen, Anordnung und Struktur einzelner Reflexe von der benutzten Strahlapertur in mannigfacher Weise von Größe und Form der Kristallite, Orientierungszustand und sonstigen Eigenschaften der untersuchten Schicht abhängen, wird das Beugungsbild in seinen großen Zügen bestimmt durch die Geometrie der Elementarzelle des Kristalls, die Abmessungen der Apparatur und der Beschleunigungsspannung. Diese Parameter bestimmen ja eindeutig und in einfacher Weise die Radien der DEBYE-SCHERRER-Ringe, die die einzelnen Reflexe tragen. Bezeichnen wir nämlich mit  $r_{hkl}$  den Radius des  $(hkl)$ -Ringes,  $d_{hkl}$  den zu diesen Indices gehörenden Netzebenenabstand,  $\lambda$  die DE-BROGLIE-Wellenlänge der benutzten Elektronenstrahlung,  $L$  den Abstand zwischen Präparat und Photoplatte,  $\theta/2$  den BRAGGSchen Winkel, also mit  $\theta$  den Winkel zwischen Strahleinfalls- und Strahlaustrittsrichtung,

$$r_{hkl} = \frac{\lambda \cdot L}{d_{hkl}} = 2 L \sin \theta/2, \quad (1)$$

so nur  $\theta$  so klein ist, daß man setzen kann

$$\sin \theta/2 = \sin \theta = \theta = \tan \theta, \quad \text{d. h. } \theta < 5^\circ,$$

wechselt man häufig die untersuchten Substanzen, die Beschleunigungsspannung und auch die

Abmessungen der Beugungsapparatur (wie dies z. B. bei einer im hiesigen Institut benutzten Anordnung aus dem Laboratorium Dr. SEEMANN, Konstanz, leicht möglich ist), so ist es recht lästig, die obige Beziehung mit den jeweils gültigen Parameterwerten jedesmal neu durchzurechnen. Eine rasche Übersicht wird dann sehr erleichtert durch eine nomographische Darstellung der Beziehung (1), wie sie hier kurz beschrieben werden soll (Abbildung s. S. 340).

### Beschreibung des Nomogramms

In der Nomographie benutzt man üblicherweise zur Ermittlung der Summe zweier variabler Größen ein System dreier paralleler Funktionsleitern, von denen die beiden äußeren die Kalibrierung für je einen der beiden Summanden  $A$  und  $B$  tragen, während auf der dazwischen liegenden Skala die Summe  $A + B$  an der Stelle abgelesen wird, wo diese von der Geraden durch die Punkte  $A$  und  $B$  geschnitten wird (Anlegen eines Lineals). Kalibriert man die drei Funktionsleitern logarithmisch, so erhält man entsprechend ein Multiplikations-Nomogramm. Die Abbildung zeigt nun drei solcher Multiplikations-Nomogramme, wobei zwei Funktionsleitern je zwei Leitertripeln gemeinsam sind; die Zeichnung weist demgemäß 7 logarithmisch kalibrierte Funktionsleitern auf, die teilweise mehrere Skalen für äquivalente Größen (z. B. Beschleunigungsspannung und DE-BROGLIE-Wellenlänge) tragen.

Das erste Tripel gibt die nur für kubische Kristalle gültige Beziehung

$$\frac{1}{a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = \frac{1}{d_{hkl}} \quad (2)$$

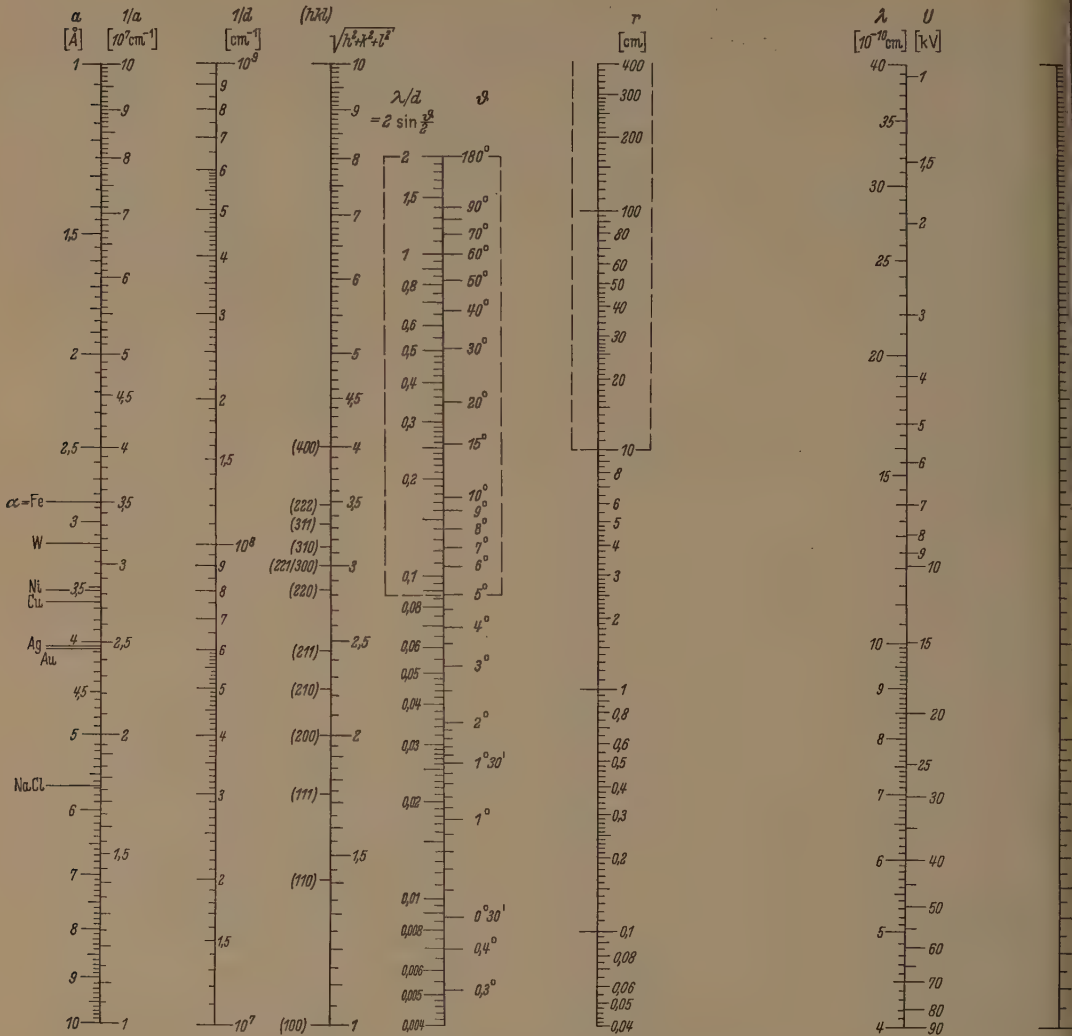


Abb. 1. Übersichtsnomogramm für Elektronenbeugungsuntersuchungen.

wieder ( $a$  Gitterkonstante). Die beiden Faktorenskalen sind zur bequemeren Handhabung zusätzlich nach  $a$  und  $(hkl)$  geteilt; die Gitterkonstanten einiger häufiger benutzter Substanzen sind unmittelbar vermerkt. — Arbeitet man mit nicht-kubischen Substanzen, so müssen die Werte  $1/d$  gesondert ausgerechnet werden. Doch bietet die logarithmische Teilung auch in solchen Fällen mitunter Vorteile. Z. B. gilt für hexagonal kristallisierende Substanzen

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{4}{3} (h^2 + k^2 + hk) + \frac{a^2}{c^2} l^2}, \quad (3)$$

so daß das Nomogramm auch in diesem Falle benutzt werden kann, wenn nur auf der einen Skala statt  $\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$  die Zahlenwerte des Wurzelausdrucks der Gleichung (3) abgelesen werden. Für alle hexagonal kristallisierenden Substanzen mit gleichem Achsenverhältnis  $a/c$  läßt sich dabei eine gemeinsame nach  $(hkl)$  kalibrierte Hilfsskala verwenden.

Das nächste Tripel von Funktionsleitern ist Nomogramm für

$$\frac{1}{d} \lambda = 2 \sin \vartheta/2.$$

Die Funktionsleiter für  $\lambda$  zeigt auch die entsprechenden Werte der Beschleunigungsspannung ( $\lambda = \lambda(U)$  wird näherungsweise dargestellt durch Zahlenwertgleichung

$$\lambda (\text{Å}) = \sqrt{\frac{150}{U(V)}};$$

eine Darstellung des Funktionszusammenhangs unter Berücksichtigung der relativistischen Korrektur findet sich z. B. bei LANDOLT-BÖRNSTEIN [1] oder v. LAUE [2].)

Die Funktionsleiter für  $2 \sin \vartheta/2$  gibt auch entsprechenden Werte des Ablenkungswinkels  $\vartheta = (\vartheta, \vartheta_0)$  im Gradmaß. Durch eine Umrahmung abgetrennt ist der Winkelbereich oberhalb  $5^\circ$ , innerhalb dessen ein Ersetzen des Sinus durch den Tangens



mehr erlaubt ist. Nur der nicht eingerahmte dieser Skala darf daher benutzt werden, wenn jenes Teilnomogramm der DEBYE-SCHERRER-Radius ermittelt wird aus

$$r = L \cdot 2 \sin \vartheta / 2, \quad (1)$$

Beziehung, die ja nur innerhalb des genannten Bereichs statt der in Strenge gültigen Beziehung

$$r = L \cdot \operatorname{tg} \vartheta \quad (5)$$

zu werden kann. — Für Apparaturen, in denen optische Hilfsmittel (Projektorlinsen) eine Vergrößerung des Elektronenbeugungsdiagramms bewirkt, ist das dritte Teilnomogramm natürlich nicht nur dann zu verwenden, wenn man mit einer bestimmten Apparatlänge unter  $L$  eingeht, die eine Funktion des Spulenstroms bei magnetischen bzw. der angelegten Spannung bei elektrooptischen Linsen wäre.

Für die Unterteilung der einzelnen Skalen waren die Gesichtspunkte maßgebend:

Die Darstellung sollte allen normalerweise bei Elektronenbeugungsuntersuchungen auftretenden Verhältnissen gerecht werden.

Sie sollte im Original nur so groß ausfallen, daß die Ablesungen durch Anlegen des Lineals eines normalen 25 cm-Rechenstabes vorgenommen werden können (Skalenlänge im Original 25 cm).

Jede Skala sollte in eine ganze Anzahl von Potenzen geteilt sein.

### Anwendung

Das Nomogramm ermöglicht es also, für kubische Kristalle jede der fünf Größen  $a$ ,  $(hkl)$ ,  $\lambda$ ,  $L$  und  $r$  dreimaliges Anlegen eines Lineals zu ermitteln, wenn die vier übrigen bekannt sind. Für nichtkubische Kristalle gilt die gleiche Aussage für jede der Größen  $d$ ,  $\lambda$ ,  $L$  und  $r$  bei zweimaligem Anlegen des Lineals.

Beispiel 1: Vorwahl der Betriebsbedingungen: Beugungsdiagramm einer Ni-Schicht soll auf der Platte von 6 cm Kantenlänge alle Ringe bis (400)-Ring einschließlich zeigen. Die Spannung variabel zwischen 35 und 50 kV. Die Apparatur besteht aus zwei Stücken für  $L = 40, 50$  und 65 cm.

$$\lambda = 3,51 \text{ \AA} \quad \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = 4$$

$$1/d = 1,14 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1} \quad 35 \text{ kV} \leq U \leq 50 \text{ kV}$$

$$0,062 \leq 2 \sin \vartheta / 2 \leq 0,074$$

$$= 65 \text{ cm} \rightarrow 3,9 \text{ cm} \leq r \leq 4,8 \text{ cm}$$

$$= 50 \text{ cm} \rightarrow 3,1 \text{ cm} \leq r \leq 3,7 \text{ cm}$$

$$= 40 \text{ cm} \rightarrow 2,4 \text{ cm} \leq r \leq 2,9 \text{ cm}$$

Man muß also mit  $L = 40$  cm und mindestens 40 kV arbeiten werden.

Beispiel 2: Spannungsbestimmung:

Man sucht  $U$ , wenn (220)-Ring eines Ag-Diagramms einen Radius hat bei  $L = 50$  cm.

$$\lambda = 4,06 \text{ \AA} \quad \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = 2,83 \quad r = 2,35 \text{ cm} \quad L = 50 \text{ cm}$$

$$1/d = 7 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-1} \quad \lambda/d = 0,047$$

$$U = 32 \text{ kV}$$

Die Genauigkeit der Ergebnisse, die man an dem Nomogramm im Original erzielt, ist ungefähr die gleiche, wie man sie beim Durchrechnen mit einem 25 cm-Rechenstab erhalten würde. Gegenüber dem Rechenstab bietet das Nomogramm aber an Vorteilen: größere Übersichtlichkeit, die Möglichkeit, nicht nur einzelne Werte zu bestimmen, sondern auch die Konsequenzen gleichzeitiger Variation mehrerer Größen zu überschauen (s. Beispiel 1), außerdem die Spezialkalibrierung einzelner Skalen.

Selbstverständlich reicht die Genauigkeit graphischer Rechenverfahren in vielen Fällen nicht aus, wie z. B. bei der Präzisionsbestimmung von Gitterkonstanten. Aber auch hier kann die Benutzung eines Nomogramms dazu beitragen, den Rechnungsgang übersichtlicher zu gestalten und durch Bereitstellung von Überschlagswerten der Zwischenergebnisse Irrtümer zu vermeiden.

Auch abgesehen von den als Beispiele aufgeführten Fragestellungen lassen sich noch mancherlei Überlegungen an Hand des Nomogramms anstellen. Beispielsweise braucht man nur den Punkt  $\vartheta = 180^\circ$  mit einer vorgegebenen Wellenlänge zu verbinden, um an der  $1/d$ -Skala den Wert zu finden, der zusammen mit der Gitterkonstante  $a$  auf der  $(hkl)$ -Skala den Bereich aller der Punkte des reziproken Gitters abgrenzt, die noch in das Innere der EWALDSchen Ausbreitungskugel hineinfallen.

Zur Indizierung von Beugungsdiagrammen läßt sich das Nomogramm unmittelbar nur für kubische Gitter verwenden, für andere Gittertypen nur dann, wenn man die  $(hkl)$ -Funktionsleiter durch eine entsprechende Hilfskala überdeckt, wie es oben für hexagonale Gitter mit bestimmtem Achsenverhältnis  $a/c$  erwähnt wurde. — Finden sich auf einem Beugungsdiagramm Reflexe, die von verschiedenen Substanzen herühren, von denen mindestens eine flächen- oder raumzentriert kubisch sein möge, so gestattet das Diagramm sogar ohne Benutzung der Werte von  $U$ ,  $L$  und  $a$  eine rasche Aussonderung und Indizierung der kubischen Anteile. Man braucht nur die auf der  $r$ -Skala aufgetragenen gemessenen Radienwerte (am besten unter Verwendung eines durchsichtigen Deckblatts) der Reihe nach — unter Berücksichtigung der Auslöschungen durch den Strukturfaktor — mit den Indexpunkten der  $(hkl)$ -Skala geradlinig zu verbinden und jedesmal zu kontrollieren, ob eine Gerade durch den Schnittpunkt aller vorigen geht. Ringe, für deren Radien diese Bedingung nicht erfüllt ist, gehören zu einer anderen Komponente des Kristallitgemischs; der betreffende Ring ist dann bei dieser Indizierungskonstruktion zu überschlagen. Bei diesem abgekürzten Verfahren macht man Gebrauch von der Tatsache, daß bei der normalen Benutzung des Diagramms die Folge der  $r$ -Werte auf die  $1/d$ -Skala übertragen würde durch mehrfache Anwendung von Zentralprojektionen. Das Teilungsverhältnis der Radienwerte auf der  $r$ -Skala ist also das gleiche wie das der zuzuordnenden Punkte auf der  $1/d$ -Skala. — Normalerweise wird man sich jedoch vor allem für kompliziertere Indizierungsarbeiten der bekannten Nomogramme von HULL und DAVEY [3] bedienen.

Es liegt nahe zu überlegen, ob eine gleichartige nomographische Darstellung für die Auswertung von Röntgenbeugungsdiagrammen irgendeinen Vorteil bieten würde. Selbstverständlich müßten von vorn-

herein einige Abänderungen am Diagramm der Abbildung vorgenommen werden, die durch die um etwa zwei Zehnerpotenzen größere Wellenlänge bedingt sind, die man mit den üblichen Antikathodenmaterialien erhält. Im bisher besprochenen Elektronenbeugungsnomogramm nämlich würden diese Wellenlängen auf einer gedachten Verlängerung der  $\lambda$ -Funktionsleiter nach oben in einem Abstand von der Oberkante der jetzigen Skalen einzuzeichnen sein, der zwischen dem einfachen und dem doppelten Betrag der jetzigen Skalenlänge läge, womit die gegenüber der Elektronenbeugung ungleich größeren Ablenkungswinkel  $\vartheta$  der Röntgenstrahlbeugung durch das Nomogramm unmittelbar veranschaulicht würden. Für den praktischen Gebrauch aber würde man eine Neukalibrierung der  $\lambda$ -Skala vornehmen, was entsprechende Änderungen und u. U. eine Parallelverschiebung der  $2 \sin \vartheta/2$ -Skala nach sich zöge. Die Skalen für  $r$  und  $L$  wären wegzulassen, weil sie für die üblichen Röntgenbeugungsverfahren überflüssig sind; die Skalen für  $a$ ,  $1/d$  und  $(hkl)$  wären gegenüber dem bisherigen Diagramm unverändert zu lassen. Bezeichnete man an der  $\lambda$ -Skala noch besonders die  $K\alpha$ - und  $K\beta$ -Strahlung der meist benutzten Antikathodenmaterialien, so ergäbe sich ein Nomogramm zum Ablesen der Winkel, unter denen die einzelnen Netzebenen einer bestimmten Substanz z. B.  $Cu$ - $K\alpha$ -Strahlung reflektieren. Während aber für die Elektronenbeugung vor allem die Verhältnisse im Bereich kleiner Ablenkungswinkel  $\vartheta$  interessieren, der auf der logarithmischen  $2 \sin \vartheta/2$ -Skala besonders stark gespreizt wurde, ist für Röntgenbeugungsuntersuchungen viel-

fach — vor allem für Gitterkonstantenbestimmung — der Bereich großer  $\vartheta$ -Werte (etwa zwischen  $90^\circ$  und  $180^\circ$ ) wesentlich. Und hier erweist sich die arithmetische Darstellung, die für den Elektronenbeugungsfall sehr günstig war, als ausgesprochener Nachteil, denn der entscheidende  $\vartheta$ -Bereich der Skala so zusammengedrängt, daß von einer einigermaßen brauchbaren Ablesegenauigkeit nicht die Rede kann. Es erscheint daher nicht sinnvoll, ein Nomogramm dieser Art für Röntgenbeugungsuntersuchungen zu benutzen, zumal hierfür in der Literatur mehrere gut brauchbare Nomogramme veröffentlicht worden sind (CARAPELLA [4], MULDAWER und FRIED [5].)

### Zusammenfassung

Eine nomographische Darstellung, die als Hilfsmittel bei Elektronenbeugungsuntersuchungen dienen kann, wird beschrieben und in Bezug auf ihre Anwendungsmöglichkeiten interpretiert. Die Ergebnisse nach Möglichkeit und Brauchbarkeit eines gleich aufgebauten Nomogramms für Röntgenbeugungsuntersuchungen wird diskutiert.

**Literatur:** [1] LANDOLT-BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen, 6. Aufl., Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1950, I. Bd., 1. Teil, S. 29. — [2] v. LAUE, M., Materiewellen und ihre Interferenzen, 2. Aufl., Leipzig 1933, S. 32 ff. — [3] HULL, A. W. u. W. P. DAVEY, Phys. Rev. 549, (1921). — [4] CARAPELLA, L. H., J. appl. Phys. 11, 800, (1940). — [5] MULDAWER, L. u. R. FEDER, J. Sci. Instr. 26, 827, (1955).

Dr. phil. HERIBERT JAHRREISS,  
I. Physikalisches Institut der Universität Köln

## Untersuchungen über die Eignung eines Flüssigkeitsspiegels als Ebenheitsnormal\*

Von R. BÜNNAGEL

Mit 9 Textabbildungen

(Eingegangen am 5. Dezember 1955)

### Einleitung

Angeregt durch Arbeiten verschiedener Autoren [1–3] wurde in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt bei Ebenheitsbestimmungen an optischen Feinstschliffen versuchsweise ein Flüssigkeitsspiegel verwendet. Das Ergebnis der Versuche war nicht befriedigend, weil wiederholt durchgeführte Messungen an ein und derselben Glasplatte keine übereinstimmenden Werte erbrachten, ohne daß anfänglich dafür ein Grund angegeben werden konnte. Nach einer Reihe von weiteren Versuchen zeigte sich jedoch, daß die Ursachen des Mißerfolges in statischen Ladungen und aller Wahrscheinlichkeit nach auch in geringen Temperaturdifferenzen zu suchen sind. Da in der Literatur einschließlich der unten zitierten Arbeiten nichts über Störungen durch die genannten Faktoren mitgeteilt wird, erschien es nützlich, den Flüssigkeitsspiegel systematisch zu untersuchen, um die Bedingungen kennen zu lernen, unter denen er als wirklich ebene Vergleichsfläche benutzt werden kann. Zuvor war es ratsam, sich über die Gestalt

einer ungestörten Flüssigkeitsoberfläche eine genauere Kenntnis zu verschaffen, um Aufschluß über die durch die Kapillarkraft verursachte Randkrümmung zu erhalten. Zur Lösung der Aufgabe bietet sich eine mathematische Betrachtung als besonders geeignet an. Sie ist im Teil I der vorliegenden Arbeit zusammen mit Zahlenwerten wiedergegeben, aus denen hervorgeht, in welchem Abstände vom Rand eine scheinbar ebene Ebene zu erwarten ist. Im Teil II werden über die Methode sowie die Resultate der experimentellen Untersuchungen am Flüssigkeitsspiegel berichtet, falls dieser durch statische Ladungen und Temperaturdifferenzen gestört ist. Die Maßnahmen zur Beseitigung der Störungen werden angegeben.

### I. Theoretischer Teil

Als Ausgangspunkt der Betrachtung dient die Gleichung von LAPLACE

$$-2\sigma_{12}H + g(\varrho_2 - \varrho_1)z + \lambda_2 - \lambda_1 = 0.$$

Sie beschreibt bekanntlich die Grenzfläche zwischen zwei Flüssigkeiten, wenn die letzteren bei überall gleicher Temperatur unter dem alleinigen Einfluß der Kapillarkraft und Schwerkraft im Gleichgewicht stehen [4].

\* Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt.



der Gleichung bezeichnen  $\sigma_{12}$  die Oberflächenspannung zwischen den Flüssigkeiten 1 und 2,  $g$  die Erdbeschleunigung in Richtung der negativen  $z$ -Achse,  $\rho_1$  bzw.  $\rho_2$  die Dichten der Flüssigkeiten,  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  zwei aus den Volumina  $V_1$  und  $V_2$  der Flüssigkeiten zu bestimmende Konstanten,  $z$  die abhängige vertikale Koordinate und schließlich

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

mittlere Krümmung der Grenzfläche mit den Krümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$ .

Für die vorliegende Aufgabe spielt es keine Rolle, ob die obige Differentialgleichung im allgemeinen nicht lösbar ist, da hier nur der Fall zweier in einem kreiszylindrischen Gefäß übereinandergeschichteter Flüssigkeiten (s. Abb. 1) interessiert, der eine wesentlich einfachere Differentialgleichung ergibt. Aber selbst für diese ist eine strenge Lösung unbekannt, so daß man sich mit einer Näherung begnügen muß, die sich jedoch für das gesteckte Ziel als ausreichend erweisen wird.

Man teilt die einzelnen hier die folgende Rechnung unter dem Gesichtspunkt durchgeführt, durch Vernachlässigung kleiner Größen die Ausdrücke so weit zu vereinfachen, daß brauchbare Näherungen gewonnen werden können.

Man wähle zunächst zur Vereinfachung an Stelle von  $z$  eine neue Variable  $\zeta = z - z_0$  mit

$$z_0 = - \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{g(\rho_2 - \rho_1)}$$

eingeführt und für  $\zeta$  wieder  $z$  geschrieben, wobei (1) in

$$2 \sigma_{12} H = g(\rho_2 - \rho_1) z \quad (2)$$

geht.

Aus (2) folgt unmittelbar, daß  $z$  von der Ebene der freien Oberfläche aus gemessen wird, die alle Punkte mit mittlerer Krümmung  $H = 0$  vereinigt.

Weiter tritt wegen der Zylindersymmetrie des Systems nur eine, hier mit  $r$  bezeichnete und als unabhängig betrachtete Variable auf, so daß

$$R_1 = \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{z''} \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{r(1 + z'^2)^{1/2}}{z'}$$

geschrieben werden kann und daher

$$-\frac{z''}{(1 + z'^2)^{3/2}} + \frac{z'}{r(1 + z'^2)^{1/2}} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r z'}{(1 + z'^2)^{1/2}} \quad (3)$$

man in (2) für  $2H$  den Ausdruck (3) ein, so erhält man schließlich die Differentialgleichung des rotationssymmetrischen Flüssigkeitsspiegels in der Form

$$\frac{z''}{(1 + z'^2)^{3/2}} + \frac{z'}{r(1 + z'^2)^{1/2}} = \frac{2}{a^2} z \quad (4)$$

$$a^2 = \frac{2 \sigma_{12}}{g(\rho_2 - \rho_1)} \quad (5)$$

Wenn auch eine strenge Lösung der Gleichung (4) unbekannt ist, so läßt sich doch, wie anschließend gezeigt wird, aus den Lösungen zweier Grenzfälle eine asymptotische Entwicklung eine Näherung angeben, die den praktischen Ansprüchen vollaufreicht.

Im Grenzfall. Für  $r \rightarrow \infty$  verschwindet der zweite Term auf der linken Seite von (4), so daß man also

bei großem Radius  $r_0$  des zylindrischen Gefäßes in der Nähe des Randes mit der vereinfachten Gleichung

$$\frac{z''}{(1 + z'^2)^{3/2}} = \frac{2}{a^2} z \quad (6)$$

als Näherung rechnen kann.

(6) ist nichts anderes als die Differentialgleichung des Normalschnittes  $0_{12}$  (s. Abb. 1) bei Vorhandensein einer ebenen senkrechten Wand großer Ausdehnung.

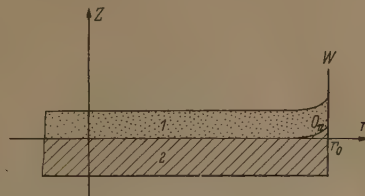


Abb. 1. Schnitt durch zwei übereinandergeschichtete Flüssigkeiten in einem zylindrischen Gefäß.

Schreibt man (6) in der Form

$$\frac{z''}{(1 + z'^2)^{3/2}} = - \frac{1}{z'} \frac{d}{dr} \frac{1}{(1 + z'^2)^{1/2}} = \frac{2}{a^2} z,$$

so läßt sich die erste Integration unmittelbar ausführen und ergibt

$$-\frac{1}{(1 + z'^2)^{1/2}} = \frac{z^2}{a^2} + \text{const.} \quad (7)$$

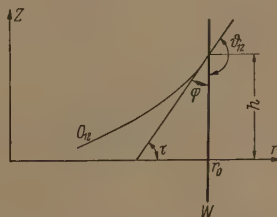


Abb. 2. Schnitt durch das Randgebiet der Flüssigkeitsschicht.

Zur bequemen zweiten Integration setzt man  $z' = 0$  für  $z = 0$ , wodurch die Integrationskonstante den Wert  $-1$  und (7) die Form

$$z^2 + a^2 \left( \frac{1}{(1 + z'^2)^{1/2}} - 1 \right) = 0 \quad (8)$$

annimmt.

Nochmalige Integration führt nun auf die Lösung

$$r - r_0 = \frac{a}{\sqrt{2}} \ln \frac{h \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{z^2}{2a^2}} \right)}{z \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}} \right)} + a \sqrt{2} \left( \sqrt{1 - \frac{z^2}{2a^2}} - \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}} \right), \quad (9)$$

in der  $h$  den  $z$ -Wert an der Stelle  $r = r_0$  bezeichnet.

Da man experimentell den Randwinkel  $\vartheta_{12}$  (s. Abb. 2) leichter als  $h$  bestimmen kann, ist die Messung des Randwinkels der von  $h$  vorzuziehen. Man wird also zweckmäßiger  $h$  bei bekanntem  $\vartheta_{12}$  oder  $\varphi$  (s. Abb. 2) unter Benutzung einer Beziehung zwischen den beiden Größen berechnen. Eine solche Beziehung läßt sich aus (8) an Hand von Abb. 2 in der Form

$$h = \pm a \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta_{12}} = \pm a \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \quad (10)$$

ohne Schwierigkeiten ableiten.

2. Grenzfalle. Im mittleren Gebiet ( $r \approx 0$ ) weicht die Fläche  $0_{12}$  nur wenig von der durch die Mitte der Fläche senkrecht zur  $z$ -Achse gelegten Ebene ab (s. Abb. 1), so daß man dort ohne merklichen Fehler  $z'^2 = 0$  annehmen darf. Infolgedessen geht jetzt (4) in die BESSELsche Differentialgleichung nullter Ordnung

$$z'' + \frac{z'}{r} - \frac{2}{a^2} z = 0 \quad (11)$$

über.

Eine für vorliegenden Zweck brauchbare Lösung von (11), die durch  $z = A$  und  $z' = 0$  für  $r = 0$  charakterisiert ist, lautet

$$z = A I_0\left(\frac{\sqrt{2}}{a} r\right). \quad (12)$$

Aus den Lösungen der Grenzfälle (9) und (12) ist nunmehr eine für das Zwischengebiet mit ausreichender Näherung gültige Lösung herzustellen und zugleich die Integrationskonstante  $A$  in (12) zu bestimmen.

Für kleine Beträge von  $z$ , die vom Rand ausgehend erfahrungsgemäß schon in etwa 2 cm Abstand erreicht werden, kann der zweite Term auf der rechten Seite von (9) gegenüber dem ersten vernachlässigt werden. Ersetzt man weiter

$$\sqrt{1 - \frac{z^2}{2a^2}} \text{ durch die Näherung } 1 - \frac{z^2}{4a^2}$$

und löst nach  $z$  auf, so erhält man aus (9)

$$z = \frac{2h}{1 + \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}}} e^{\frac{\sqrt{2}}{a}(r-r_0)}. \quad (13)$$

Geht man nun zur Bestimmung der Konstanten  $A$  über, so kann die für  $\frac{\sqrt{2}}{a} r > 10$  ausreichende Näherung

$$I_0\left(\frac{\sqrt{2}}{a} r\right) \approx \frac{e^{\frac{\sqrt{2}}{a} r}}{\sqrt{2\pi \frac{\sqrt{2}}{a} r}} \quad (14)$$

benutzt werden, sofern  $r > 2$  cm gewählt wird. Letzteres folgt aus den Werten der Kapillarkonstanten und der Dichte bei Flüssigkeiten, aus denen  $a$  (s. (5)) berechnet wird. Berücksichtigt man noch, daß in (14) in der Nähe des Randes ( $r \approx r_0$ ) der Nenner sich gegenüber dem Zähler mit  $r$  nur wenig ändert, so läßt sich dort  $r$  durch  $r_0$  ersetzen und man erhält dann anstatt (12)

$$z = A \frac{e^{\frac{\sqrt{2}}{a} r}}{\sqrt{2\pi \frac{\sqrt{2}}{a} r_0}}. \quad (15)$$

Schließlich ergibt sich aus dem Vergleich von (13) und (15) die Integrationskonstante zu

$$A = \frac{2h \sqrt{2\pi \frac{\sqrt{2}}{a} r_0}}{1 + \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}}} e^{-\frac{\sqrt{2}}{a} r_0}.$$

Faßt man nunmehr zusammen, so lassen sich für die einzelnen Bereiche folgende Näherungen hin-

schreiben:

$$z = \frac{2h \sqrt{2\pi \frac{\sqrt{2}}{a} r_0}}{1 + \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}}} e^{-\frac{\sqrt{2}}{a} r_0} I_0\left(\frac{\sqrt{2}}{a} r\right)$$

für  $0 < r < 2$ ,

$$z = \frac{2h}{1 + \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}}} \sqrt{\frac{r_0}{r}} e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}(r-r_0)}$$

für  $2 < r < r_0 - 2$ ,

$$r - r_0 = \frac{a}{\sqrt{2}} \ln \frac{h(1 - \sqrt{1 - \frac{z^2}{2a^2}})}{z(1 - \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}})} + a\sqrt{2} \left( \sqrt{1 - \frac{z^2}{2a^2}} - \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}} \right)$$

für  $r_0 - 2 < r < r_0$ .

Für die vorliegende Aufgabe ist es zweckmäßig, die Grenzfläche anstatt durch die obigen Ausdrücke durch die Krümmung  $k$  zu beschreiben. Man benutzt dazu die bekannte für eine Rotationsfläche gültige Formel

$$k = \frac{z''}{(1 + z'^2)^{3/2}} + \frac{z'}{r(1 + z'^2)^{1/2}}.$$

Der Ausdruck (18) kann, wenn man sich kleine Werte  $z'$ , d. h. auf den Bereich  $0 \leq r < r_0$  beschränkt, unter Benutzung der BESSELschen Differentialgleichung (11) ohne praktisch ins Gewicht fallenden Fehler vereinfacht werden zu

$$k = \frac{2}{a^2} z.$$

Hier sind für  $z$  die Ausdrücke (16) bzw. (17) einzusetzen, so daß man erhält

$$k = \frac{4h \sqrt{2\pi \frac{\sqrt{2}}{a} r_0}}{a^2 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}}\right)} e^{-\frac{\sqrt{2}}{a} r_0} I_0\left(\frac{\sqrt{2}}{a} r\right)$$

für  $0 \leq r < 2$  und

$$k = \frac{4h}{a^2 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{h^2}{2a^2}}\right)} \sqrt{\frac{r_0}{r}} e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}(r-r_0)}$$

für  $2 < r < r_0 - 2$ .

Um die Formeln leichter übersehen zu können, werde für einen praktischen Fall der berechnete Krümmungsverlauf eines Flüssigkeitsspiegels mitgeteilt.

Das verwendete viskose Öl mit der Oberflächenspannung gegen Luft  $\sigma = 31 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$  und der Dichte  $\varrho = 0,88 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , beides bei Zimmertemperatur, füllte in etwa 1 mm dicker Schicht eine kreiszylindrische Schale vom Radius  $r_0 = 12$  cm und benetzte die Wand unter einem Randwinkel  $\varphi = 10,5^\circ$ . Letzterer wurde nach einer optischen Methode gemessen. Mit den gegebenen Werten wurden aus (15) und (10),  $k$  berechnet und in (20) und (21) eingesetzt, woraus sich

$$k = 184 e^{-72} I_0(6r) \quad \text{für } 0 \leq r < 2 \text{ cm} \quad (22)$$



$$= 30 \frac{e^{-6(12-r)}}{\sqrt{r}} \quad \text{für } 2 < r < 10 \text{ cm} \quad (23)$$

en.  
e Formeln (20) und (22) zeigen, daß im mittleren die Krümmung des Flüssigkeitsspiegels hauptsächlich durch die  $e$ -Potenz mit dem Exponenten  $r_0$  bestimmt, und infolgedessen mit wachsendem  $r_0$  bald so klein wird, daß die Fläche dort fast eben ist.

ngen scheint nach (21) und (23), wenn man Faktor  $\sqrt{r_0}$  absieht, die Krümmung in einem ebenen Abstand vom Rande nicht mehr von  $r_0$  rñ nur noch von der Differenz  $r_0 - r$  im Exponenten abhängig zu sein. Erinnert man sich jedoch voraussetzung der Ableitung von (21) (s. l. Grenzwerte 343), so ist klar, daß dies nur für hinreichend  $r_0$  zutrifft, was bei der Wahl des Radius des Flüssigkeitsspiegels beachtet werden muß.

e nach (22) und (23) berechneten Krümmungen zugehörigen Krümmungsradien für eine Reihe Werten ( $r$  Abstand vom Mittelpunkt,  $r_0$  Radius Flüssigkeitsspiegels) sind zur besseren Übersicht in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1

| Abstand vom Rand<br>$r_0 - r$<br>cm | $k$<br>km <sup>-1</sup> | $R = 1/k$<br>km  |
|-------------------------------------|-------------------------|------------------|
| 6                                   | $2,8 \cdot 10^{-10}$    | $3,6 \cdot 10^9$ |
| 5                                   | $1,1 \cdot 10^{-7}$     | $9,1 \cdot 10^6$ |
| 4                                   | $4 \cdot 10^{-5}$       | $2,5 \cdot 10^4$ |
| 3                                   | $1,5 \cdot 10^{-2}$     | 67               |
| 2                                   | 5,8                     | 0,17             |

n Blick in die Tabelle zeigt in 3 bis 4 cm Entfernung vom Rande des Flüssigkeitsspiegels schon geringe Krümmungen, daß von dortaus zur Mitte die Fläche allen praktischen Anforderungen genügt. Die Krümmungswerte bei größeren Entfernungen haben allenfalls noch mathematisches, kein praktisches Interesse, da erstens der Einfluß der Erdkrümmung außer acht gelassen ist und zweitens die mathematische Ableitung von der Voraussetzung eines Kontinuums ausgeht, was der physikalischen Realität der Moleküle nicht entspricht. Sogar die Rechnung lediglich die Werte für bestimmte Flüssigkeit zugrunde gelegt wurden, das Ergebnis auch für die meisten anderen Flüssigkeiten. Denn die Abweichungen der zugehörigen Zahlenwerte für  $a$  (s. (15)) untereinander sind so gering, daß mindestens die Größenordnung der Krümmungsgewahrt bleibt; so ist z. B. für Quecksilber der im Vergleich zu anderen Flüssigkeiten rund 10 mal größeren Kapillarkonstanten  $a = 0,27$  cm, während für das oben benutzte Öl  $a = 0,24$  cm be-

Eine besondere Schwierigkeit liegt hierbei in der Herstellung einer ebenen Bezugsfläche. Erstere läßt sich aber dadurch einfach beheben, daß man aus Quecksilber und der Versuchsflüssigkeit einen zweischichtigen Spiegel herstellt und die Grenzfläche des Quecksilbers als Bezugsfläche benutzt. Dementsprechend wurde in eine flache zylindrische Glasschale zuerst Quecksilber und dann darauf in 1 bis 1,5 mm dicker Schicht die Versuchsflüssigkeit z. B. Paraffinöl gegossen. Die Menge des Quecksilbers wurde so bemessen, daß der Boden der Glasschale gerade bedeckt war.

Wegen des unterschiedlichen Reflexionsvermögens der beiden Oberflächen wird die Interferenzerscheinung kontrastarm, so daß die Beobachtung erschwert ist. Demgegenüber lassen sich durch Anfärben<sup>1</sup> der Versuchsflüssigkeit in der Weise, daß für die benutzte Wellenlänge die beiden von den Oberflächen reflektierten Lichtströme annähernd gleich sind, kontrastreiche, gut beobachtbare Interferenzen erzielen.

Nachdem zur Untersuchung der beschriebene Flüssigkeitsspiegel erschütterungsfrei in einem Interferometer untergebracht ist, kann aus der Interferenzerscheinung durch folgende Überlegung auf den Zustand der Oberfläche geschlossen werden:

Zeigt das Interferenzbild eine abgesehen vom Rand gleichmäßig leuchtende Kreisfläche, so folgt zunächst, daß die Schichtdicke der Versuchsflüssigkeit dort überall gleich ist, d. h. die Oberflächen des Quecksilbers und der Versuchsflüssigkeit sind zueinander parallel. Wegen der außerordentlich unterschiedlichen Materialkonstanten der beiden Stoffe ist es nun sehr unwahrscheinlich, daß die Oberflächen durch eine Störung in genau gleicher Weise deformiert werden. Man kann also weiter schließen, daß der Flüssigkeitsspiegel störungsfrei ist und infolgedessen die beiden Flächen nicht nur einander parallel sondern auch eben sind.

Erscheint hingegen das Interferenzbild ungleichmäßig hell oder von hellen und dunklen gekrümmten Streifen durchzogen (s. Abb. 5), so sind die Oberflächen nicht eben. In diesem Falle wird wegen der im Vergleich zum Quecksilber ungünstigen Materialkonstanten der Versuchsflüssigkeit wie z. B. schlechtes Wärmeleitvermögen, geringe Dichte, hohe Zähigkeit überwiegend die Unebenheit von deren Oberfläche als Ursache der Interferenzstreifen anzusehen sein.

Wie gleich hier bemerkt werden soll, erlauben die konzentrischen, von der Schichtdickenänderung herührenden Kreise am Rande des Interferenzbildes (s. Abb. 5) eine grobe Schätzung der Randkrümmung der Flüssigkeitsoberfläche.

Da Temperaturdifferenzen wegen der verhältnismäßig großen thermischen Ausdehnung der Flüssigkeiten leicht Störungen verursachen können, mußte während der Untersuchungen der Arbeitsraum auf weitgehend konstanter Temperatur gehalten und außerdem das Interferometer mit einem wärmeisolierenden Gehäuse umgeben werden. Zur Kontrolle der Temperatur tauchten die Meßlötstellen von vier Thermoelementen dicht am Rand des Spiegels

<sup>1</sup> Farbstoffe zum Anfärben der Öle wurden dem Verf. freundlicherweise von Herrn Dr. H. SEIBERT, Bayerwerk Leverkusen überlassen.

## II. Experimenteller Teil

### 1. Methode und Versuchseinrichtung

Die Störungen des Flüssigkeitsspiegels wurden durch Beobachtung FIZEAUSCHER Interferenzen im schromatischen Licht untersucht, das von der Oberfläche der Versuchsflüssigkeit und einer darunter liegenden möglichst ebenen Bezugsfläche reflektiert wurde.

in die Versuchsflüssigkeit ein. Mit den aus Kupfer- und Konstantandraht hergestellten Thermoelementen konnten Temperaturdifferenzen bis auf weniger als  $0,01^\circ\text{C}$  bestimmt werden.

Zur experimentellen Ausrüstung gehörte noch ein Interferometer. Es ist mit dem Strahlengang in Abb. 3 schematisch dargestellt. Von der Lichtquelle  $L$  fallen die Strahlen, durch  $O_1$  parallel gemacht, auf die halbdurchlässige Platte  $P$ , von dort auf den Flüssigkeitsspiegel  $F$ , werden hier reflektiert und von  $O_2$  und  $O_3$  zu einem Bilde von  $F$  auf der Mattscheibe bzw. photographischen Platte  $M$  vereinigt.

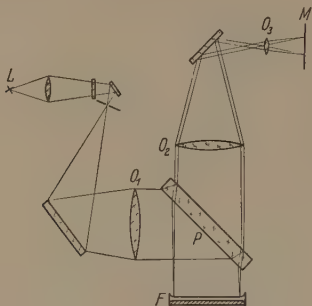


Abb. 3. Interferometer zur Untersuchung des Flüssigkeitsspiegels.

## 2. Störungen durch statische Ladungen

Als Vorversuchen mit Paraffinöl war bekannt, daß statische Ladungen die Oberfläche der Flüssigkeit beeinträchtigen, so daß die Brauchbarkeit des Flüssigkeitsspiegels als ebene Bezugsfläche fraglich war.

Als Träger der Ladungen kommen nun sowohl der zu prüfende Feinstschliff als auch das Öl in Frage. Im ersten Fall sind die Ladungen, die für gewöhnlich beim Reinigen der Platte entstehen, verhältnismäßig leicht zu beseitigen, nicht jedoch im zweiten Falle, wo die Ladungen zum Teil im Öl eingebettet sind und gegebenenfalls Oberflächenladungen in das Öl hineindiffundieren und deswegen von außen her, z. B. durch Luftionen, nicht neutralisiert werden können. Um den Einfluß statischer Ladungen auf den Flüssigkeitsspiegel zu klären, war es notwendig, den Vorgang systematisch zu untersuchen.

Hierzu wurde ein nach obiger Beschreibung hergestellter Quecksilber-Paraffinöl-Spiegel von 11 cm Durchmesser interferometrisch beobachtet, auf dessen Oberfläche eine elektrische Ladung durch direkte Berührung mit einem geriebenen Trolitulstab übertragen worden war. Schon einige Zeit vor dem Versuch wurde für konstante Raumtemperatur gesorgt, und mit Thermoelementen die Temperatur an vier Randpunkten der Flüssigkeitsschicht laufend kontrolliert. Die Temperaturdifferenzen in dem Paraffin-

öl blieben unter  $0,01^\circ\text{C}$ . Durch einen eingetauchten Eisendraht war noch die Quecksilberschicht im Gleich von Potentialdifferenzen mit dem Gehäuse des Interferometers verbunden. Die Abb. 4a bis 4e sind fünf aufeinanderfolgende Phasen der Interferenzerscheinung im Verlaufe der Aufnahme 4a die Interferenzerscheinung 1 : 4,3 verkleinert wiedergegeben, die den Abladungsverteilung deutlich erkennen lassen. Bei der Aufnahme 4a die Interferenzerscheinung Minuten nach Übertragung der Ladung. Es wird vermutet, daß zu diesem Zeitpunkt die Krümmung der Oberfläche durch die Ladung auch noch durch die gleiche mechanische Berührung der Flüssigkeitsoberfläche bewirkt wird. Aus den folgenden Abb. 4b bis 4e nach 1, 2, 4 und 22 Stunden kann entnommen werden, daß die Ladung zwar allmählich zerfällt, aber selbst nach 22 Stunden noch eine starke Störung hervorruft. In welcher Zeitspanne die erwähnte mechanisch verursachte Störung abgeklungen ist, ließ sich nicht ohne weiteres sagen und mußte separat untersucht werden, worauf im folgenden eingegangen wird.

Trotz verschiedener Ursachen wie statische Aufladung und mechanische Einwirkung geben die Beobachtungen der Oberfläche natürlich keine unterschiedlichen Interferenzerscheinungen, da letztere von wesentlichen Dickendifferenzen sichtbar sind. Demzufolge muß man darauf achten, daß ausschließlich der zu untersuchende Faktor wirksam ist, man also die Abklingungsdauer mechanischer Störungen feststellen, so sind Störungen anderer Art auszuschließen. Am einfachsten erschien eine mechanische Berührung der Oberfläche mit ungeladenen Stab z. B. aus leitendem Material. Dieses Verfahren ist aber nicht anwendbar, da durch Abreißen der Flüssigkeit vom benetzten Stab Ladungen als unerwünschte Störquelle entstehen. Diese läßt sich jedoch vermeiden, wenn man die Ladung durch einen schwach geladenen Trolitulstab in einigen Zentimetern über der Oberfläche entfernt. Beim Wegnehmen des Stabes verschwindet sofort die influenzierte Ladung, so daß lediglich mechanische Kräfte den Abklingungsprozeß bestimmen. Ein Versuch mit Paraffinöl von 1200 Centipoise auf Grund der Interferenzerscheinung nach 10 Minuten keine Deformation der Oberfläche mehr, die obige Vermutung ihre Bestätigung erhielt.

Eine weitere Versuchsreihe sollte zeigen, auch wenn keine Ladungen auf den Flüssigkeitsspiegel direkt übertragen werden, doch mit Störungen durch solche gerechnet werden muß. Wie schon erwähnt, entstehen statische Ladungen bei der Trennung von Flüssigkeiten, ja überhaupt bei jeder Änderung der Oberfläche. Danach war zu erwarten, daß schon durch das Aufgießen des Öls auf die Quecksilberschicht insbesondere bei zähen Ölen, w

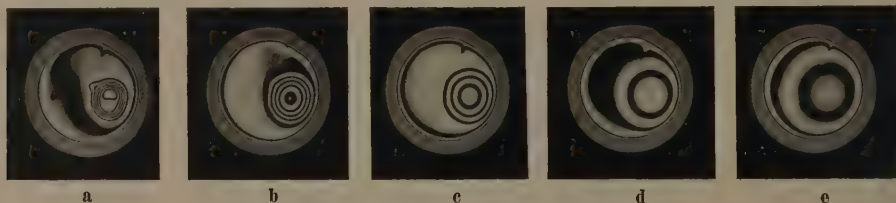


Abb. 4. Ausbreitung statischer Ladungen in Paraffinöl.



Austropfen des Meßzylinders nötig ist, sich zeigen durch Ladungen bemerkbar machen. Entsprechende Versuch wurde mit einem Silikon 4800 Centipoise Zähigkeit ausgeführt. Um ordentliche Ölmenge ohne Rest aus dem Meßzylinder ausfließen zu lassen, verging bei der Herstellung des Quecksilber-Öl-Spiegels infolge der hohen Viskosität etwa 1 Stunde. Die Abb. 5a bis 5d geben den Zustand der Oberfläche nach 43, 52, 70 und 100 Minuten wieder und zeigen, daß die Stelle, an der das Öl aufgegossen wurde, im Zentrum der Interferenzringe zusammenfließt und die Ladungen äußerst langsam verschwinden. Beim ersten Versuch wurde auch hier die lange Wartezeit einmal entfallend Ladungen auf, ein Zustand, der dazu führt, daß die Öle nur mit Vorsicht zu verwenden.

Evident sind nun ebenso die geringe Leitfähigkeit der verwendeten Öle wie die Ladungen an den Schwierigkeiten. Es lag daher der Vermutung nahe, aus der großen Zahl der Flüssigkeiten mit ausreichender Leitfähigkeit auszuwählen. Der Durchmusterung zeigte sich aber leider, daß Flüssigkeiten mit genügender Leitfähigkeit — sofern sie einen Flüssigkeitsspiegel geeignet sind — zu geringe Viskosität besitzen, daß die Herstellung eines gegen Erschütterungen unempfindlichen Flüssigkeitsspiegels bei Schichtdicken von 1 mm nicht mehr möglich ist. Dies führte zu weiteren Versuchen, nämlich durch Mischen mit angut leitenden Flüssigkeiten eine ausreichende Leitfähigkeit der Öle zu erreichen, ohne ihre Zähigkeit wesentlich herabzusetzen. Die Versuche scheiterten jedoch daran, daß die zugesetzten Stoffe, wie Alkohol sowie andere Lösungsmittel, an der Grenzfläche wegdundeten, so daß die Grenzfläche eingestürzt wurde, was im Interferenzbild als eine Art Störung zu erkennen war, oder, daß es überhaupt gelang, eine echte Lösung herzustellen.

Es blieb schließlich kein anderer Weg, als nach chemisch möglichst einheitlichen Stoff zu suchen, der trotz hoher Zähigkeit eine genügende Leitfähigkeit besitzt. Nach einigem Suchen fand sich Rizinusöl ein geeigneter Stoff.

Bei dem auf Seite 346 beschriebenen Versuch wurde auf die Oberfläche des Rizinusöls eine Ladung eingebracht und die Interferenzerscheinung in kurzen Zeiträumen beobachtet. Die Abb. 6a und 6b zeigen das Interferenzbild 5 bzw. 10 Minuten nach dem Einbringen der Ladung wieder und zeigen, daß die elektrisch gelegenen Zentrum der Interferenzringe die Ladung im Vergleich zu den früheren Versuchen schnell verschwindet. Die weitere Beobachtung der Interferenzerscheinung ließ nach einer Weile, abgesehen vom Rande, eine gleichmäßig leuchtende Kreisscheibe erkennen, woraus auf einen Ausgleich der Ladungen geschlossen werden konnte.

Der Grund von Leitfähigkeitsmessungen an verschiedenen Ölen und Beobachtungen am Flüssigkeits-

spiegel läßt sich eine Grenze angeben, die, um bequeme Zeiten bis zum Verschwinden der Ladung zu erreichen, nicht unterschritten werden sollte. Die Grenze liegt bei etwa  $10^{-11} \text{ Ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ . Bei den Messungen stellte sich noch heraus, daß Rizinusöle verschiedener Herkunft keineswegs die gleiche Leitfähigkeit haben, vielmehr Unterschiede von 2 Zehnerpotenzen und mehr aufweisen können, so daß vor der Verwendung eine Bestimmung der Leitfähigkeit angebracht erscheint.

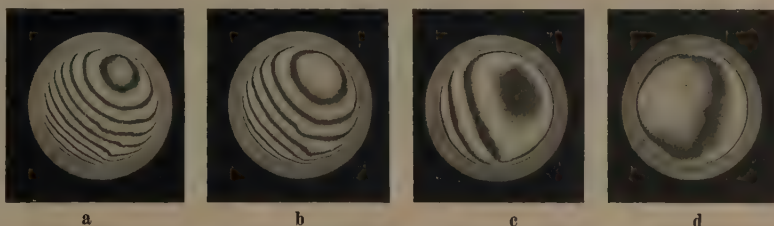


Abb. 5. Ausbreitung statischer Ladungen in Silikonöl.

### 3. Störungen durch Temperaturdifferenzen

Zur Untersuchung des Temperatureinflusses sind im ganzen sechs längere Versuchsreihen durchgeführt worden. Die große Zahl der Versuche war notwendig, wenn man trotz der im einzelnen schwer zu erfassenden Vorgänge, die aus dem Zusammenwirken der verschiedensten Faktoren wie Auftrieb, Viskosität, Dichte, Wärmetransport und Strömung resultieren, zu einer zuverlässigen Schätzung der erlaubten Temperaturdifferenzen gelangen wollte. Alle Versuche wurden wieder mit dem oben beschriebenen Quecksilber-Rizinusöl-Spiegel ausgeführt, die Interferenzerscheinungen des Spiegels beobachtet und mit den jeweiligen lokalen Temperaturdifferenzen verglichen. Um letztere bestimmen zu können, tauch-

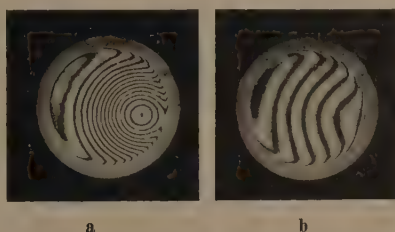


Abb. 6. Verschwinden statischer Ladungen in Rizinusöl.

ten in das Öl Thermoelemente an vier am Rande des Spiegels gelegenen, gleichweit voneinander entfernten Stellen ein. Infolge der großen thermischen Ausdehnung der Flüssigkeiten genügte es, die Untersuchung auf geringe Temperaturdifferenzen zu beschränken. Demgemäß wurden lokale Temperaturunterschiede des Flüssigkeitsspiegels indirekt durch Heizen bzw. Abkühlen des Meßraums hergestellt. Nur in einem Falle wurde die Versuchsreihe mit einem elektrisch geheizten Draht durchgeführt, der in der Ölschicht dicht am Rande des Spiegels angebracht war.

Von den Versuchsreihen sollen zur Beschränkung der Veröffentlichung nur einige ausgewählt und im folgenden näher beschrieben und diskutiert werden.

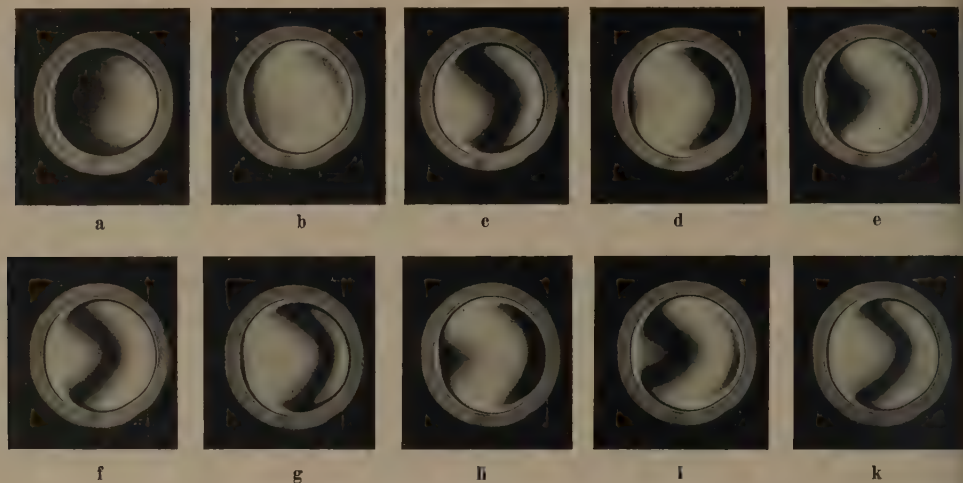


Abb. 7. Einfluß steigender Temperatur auf den Flüssigkeitsspiegel.

Zunächst werde die zweite Versuchsreihe in der Untersuchung des Temperatureinflusses behandelt. Vor dem eigentlichen Beginn der Beobachtungen stand der Spiegel zum Ausgleich von Temperaturdifferenzen 24 Stunden im Interferometer, während der Meßraum auf etwa 22° C gehalten wurde. Von einem bestimmten Zeitpunkt an wurde der Meßraum 2 Stunden lang mit 750 Watt elektrisch geheizt und gleichzeitig die Wärme durch drei Ventilatoren verteilt. In den 2 Stunden stieg die Raumtemperatur von 22 auf 24° C und die mittlere Temperatur des Rizinusöls um 0,2° C. Letztere erreichte 1½ Stunden nach dem Abschalten der Raumheizung das Maximum und erhöhte sich dabei um weitere 0,07° C.

Im Vergleich zu der hier nicht beschriebenen ersten Versuchsreihe war der Temperaturanstieg steiler und infolgedessen die Störung durch den Auftrieb entsprechend größer, was auch an den schärferen Interferenzstreifen sichtbar wurde.

Die Abb. 7a bis 7k geben eine Reihe aufeinanderfolgender Phasen der Interferenzerscheinung wieder. Man erkennt leicht, wie sich etwa 40 Minuten nach Beginn der Heizung (Abb. 7e) ein ausgeprägter Interferenzstreifen über den Spiegel zieht, dessen Form auf eine starke Krümmung der Oberfläche schließen läßt. Wie die folgenden Abbildungen zeigen, bleibt die Krümmung während des Aufheizens im großen und ganzen bestehen.

In Tabelle 2 sind die Daten der Beobachtung zusammengestellt. Spalte 1 enthält die laufende Nummer der Beobachtungen, Spalte 2 die seit Beginn der Heizung verflossene Zeit in Minuten. Die mittlere Temperaturdifferenz zwischen den Meßblöten, die auf konstanter Temperatur gehaltenen zwei Lötstellen der Thermolemente findet sich in Spalte 3. Die nächsten drei Spalten geben die Temperaturunterschiede der Meßblöten 2, 3, 4 gegen die Lötstelle 1 wieder. Schließlich ist in der letzten Spalte noch die Abbildung des zugehörigen Interferenzbildes vermerkt.

Ein Vergleich der Temperaturdifferenzen in den Spalten 4 bis 6 mit den zugehörigen Interferenzbildern zeigt, daß trotz wachsender Temperaturdifferenzen eine ausgesprochene Änderung im Interferenzbild nicht eintritt. Es sind immer nur ein oder zwei dunkle Streifen zu sehen, deren Formen bei verschiedenen Bildern sich ähneln. Betrachtet man die Aufnahmen nacheinander, so sieht man, daß die Streifen von links nach rechts über den Spiegel wandern. Aus all dem ist zu schließen, daß die Flüssigkeit nicht in Ruhe sondern in langsamer Bewegung ist und dadurch die Wirkung der höheren Temperaturdifferenzen soweit herabgesetzt wird, daß der Zustand angenähert stationär ist.

Die folgende Abkühlung des Flüssigkeitsspiegels wurde über rund 3 Stunden beobachtet. In der

Zeit fiel die Temperatur des Rizinusöls um etwa 0,1° C, so daß von einer langsamen Abkühlung gesprochen werden kann. Bemerkenswert ist hier das Aussehen der Interferenzerscheinung insofern, während der ganzen Beobachtung keine Streifen zu sehen waren, sondern nur mehr oder weniger starke Schattierungen, trotz Temperaturdifferenzen von maximal 0,04° C zwischen den vier Lötstellen festgestellt wurden. Gegen Ende der Beobachtung bewies sich die Temperaturdifferenzen noch zwischen 0,01 und 0,0

Tabelle 2

| 1           | 2                               | 3                       | 4  | 5                 | 6                 | 7                              |
|-------------|---------------------------------|-------------------------|--|-------------------|-------------------|--------------------------------|
| Beobachtung | Zeit seit Beginn d. Heizg. Min. | mittlere Temp. Diff. °C | Temperaturdiff. gegen Thermolement 1 in °C |                   |                   | Interferenzbild                |
|             |                                 |                         | 2  | 3                 | 4                 |                                |
| 1           | 0                               | 0,20 <sub>5</sub>       | 0,01 <sub>0</sub>                          | 0,01 <sub>0</sub> | 0,01 <sub>5</sub> | Abb. 7a                        |
| 2           | 23                              | 0,22 <sub>0</sub>       | 0,01 <sub>0</sub>                          | 0,02 <sub>0</sub> | 0,02 <sub>0</sub> | Halbte der Kreisscheibe dunkel |
| 3           | 27                              | 0,23 <sub>0</sub>       | 0,01 <sub>0</sub>                          | 0,03 <sub>0</sub> | 0,03 <sub>0</sub> | Abb. 7b                        |
| 4           | 38                              | 0,24 <sub>0</sub>       | 0,01 <sub>5</sub>                          | 0,04 <sub>0</sub> | 0,03 <sub>5</sub> | Abb. 7c                        |
| 5           | 48                              | 0,26 <sub>0</sub>       | 0,02 <sub>0</sub>                          | 0,05 <sub>0</sub> | 0,04 <sub>0</sub> | Abb. 7d                        |
| 6           | 58                              | 0,28 <sub>0</sub>       | 0,02 <sub>5</sub>                          | 0,05 <sub>0</sub> | 0,05 <sub>5</sub> | Abb. 7e                        |
| 7           | 68                              | 0,30 <sub>0</sub>       | 0,02 <sub>5</sub>                          | 0,06 <sub>0</sub> | 0,06 <sub>0</sub> | Abb. 7f                        |
| 8           | 78                              | 0,32 <sub>5</sub>       | 0,03 <sub>0</sub>                          | 0,07 <sub>0</sub> | 0,06 <sub>5</sub> | Abb. 7g                        |
| 9           | 88                              | 0,35 <sub>0</sub>       | 0,03 <sub>0</sub>                          | 0,06 <sub>5</sub> | 0,07 <sub>0</sub> | Abb. 7h                        |
| 10          | 98                              | 0,37 <sub>5</sub>       | 0,03 <sub>5</sub>                          | 0,07 <sub>0</sub> | 0,07 <sub>5</sub> | Abb. 7i                        |
| 11          | 108                             | 0,41 <sub>5</sub>       | 0,04 <sub>0</sub>                          | 0,07 <sub>5</sub> | 0,08 <sub>0</sub> | Abb. 7k                        |



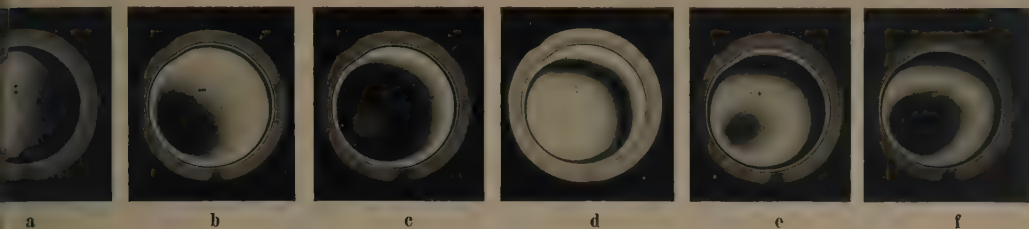


Abb. 8. Einfluß der Abkühlung auf den Flüssigkeitsspiegel.

Die Interferenzerscheinung entsprach einer fast ebenen Oberfläche.

Die auffälligen Unterschiede beim Erwärmen und Abkühlen lassen sich zwanglos durch den Auftrieb des Öls erklären. Im ersten Falle handelte es sich um eine relativ rasche Erwärmung der Ölschicht. Dabei entstehenden Auftriebskräfte bringen die Flüssigkeit in Bewegung und stören die Oberfläche. Im Falle der langsamen Abkühlung wird die Dichte in der Hauptsache vom Quecksilber, also nicht von dem Öl, her erfolgen, so daß wegen der nach unten zunehmenden Dichte des Öls keine Auftriebskräfte entstehen. Außerdem hatte im zweiten Falle die Flüssigkeit genügend Zeit, Unebenheiten der Oberfläche auszugleichen.

Um den Einfluß einer größeren Abkühlungsgeschwindigkeit zu untersuchen, wurde der Flüssigkeitsspiegel abgekühlt, nachdem er durch Aufheizen des Meßraumes eine annähernd konstante Temperatur angenommen hatte.

Die Temperatur des Meßraumes fiel während der Abkühlung in 2 1/2 Stunden von 25 auf 21° C und die Temperatur des Flüssigkeitsspiegels um etwa 0,4° C. Die Abb. 8a bis 8f geben die Entwicklung des Interferenzbildes wieder und aus der Tabelle 3 können die übrigen Daten entnommen werden.

Vergleicht man die Interferenzbilder mit den zugehörigen Temperaturdifferenzen am Rande des Spiegels (Spalten 4 bis 6), so scheint sich ein Widerspruch zu ergeben. Während nämlich die Interferenzbilder auf eine im Verlauf der Abkühlung sich mehr verstärkende Krümmung der Oberfläche hinweisen, wurden am Rande so geringe Temperaturdifferenzen gemessen, daß nach den früheren Erfahrungen die Oberfläche fast eben sein müßte. Zur Aufklärung des Widerspruchs ist es nötig, die Leitungsverhältnisse des aus der Quecksilber-Ölschicht zusammengesetzten Spiegels zu berücksichtigen. Wegen des guten Wärmeleitvermögens des Quecksilbers kühlt sich die Ölschicht unten und oben rascher ab als im mittleren Teil an der Oberfläche, wo Wärme an die Luft abgegeben wird.

Demnach wird in der Mitte des Spiegels eine spezifisch leichtere Schicht entstehen, die auf dem darunter liegenden Öl gewissermaßen schwimmt und nach oben durch eine gekrümmte Fläche begrenzt ist.

Es ist bemerkenswert, daß nach den bisherigen Erfahrungen neben den Temperaturdifferenzen in der Ölschicht auch der Temperaturgang des Meßraumes zu berücksichtigen ist, der die thermische Vorgeschichte des Flüssigkeitsspiegels maßgebend bestimmt.

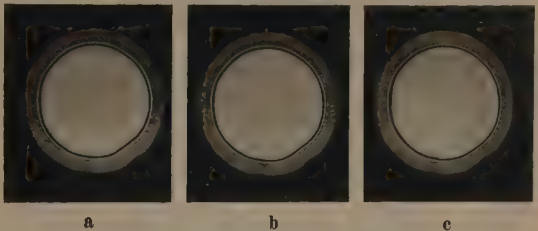


Abb. 9. Ebene Flüssigkeitsoberfläche (Temperaturdifferenzen etwa 0,01° C).

Zuletzt sei noch auf eine Versuchsreihe eingegangen, aus der sich die obere Grenze der für eine ebene Oberfläche zulässigen Temperaturdifferenzen entnehmen läßt.

Tabelle 4

| Beobachtung<br>Nr. | Temperaturdiff. gegen Thermo-<br>element 1 in °C |                   |                   | Interferenzbild |
|--------------------|--|-------------------|-------------------|-----------------|
|                    | 2  | 3                 | 4                 |                 |
| 1                  | 0,00 <sub>0</sub>                                | 0,00 <sub>5</sub> | 0,01 <sub>0</sub> | Abb. 9a         |
| 2                  | 0,00 <sub>5</sub>                                | 0,01 <sub>0</sub> | 0,01 <sub>0</sub> | Abb. 9b         |
| 3                  | 0,01 <sub>0</sub>                                | 0,01 <sub>0</sub> | 0,01 <sub>5</sub> | Abb. 9c         |

Diesmal befand sich der Flüssigkeitsspiegel zum Ausgleich von Temperaturdifferenzen 16 Stunden im Interferometer. Während dieser Zeit und der darauffolgenden Versuchsdauer wurde die Temperatur des Meßraumes möglichst konstant auf 22,0° C gehalten, in Zwischenräumen von etwa 2 Stunden die Interferenzerscheinung photographiert und die zugehörigen Temperaturdifferenzen mit den Thermoelementen gemessen.

In Abb. 9a bis 9c sind die Interferenzbilder wiedergegeben und in Tabelle 4 die zugehörigen Temperaturdifferenzen enthalten.

Aus der gleichmäßigen Helligkeit im mittleren Teil der Interferenzbilder läßt sich auf eine gut ebene Oberfläche des Öls schließen, so daß auf Grund der gemessenen Temperaturdifferenzen (s. Tab. 4) die obere Grenze bei etwa 0,01° C angenommen werden darf. Das

Tabelle 3

|  | 2  | 3                             | 4  | 5                 | 6                 | 7               |
|--|--|-------------------------------|--|-------------------|-------------------|-----------------|
|  | Zeit seit der<br>1. Beobach-<br>tung<br>min. | mittlere<br>Temp. Diff.<br>°C | Temperaturdiff. gegen Thermo-<br>element 1 in °C |                   |                   | Interferenzbild |
|  |  |                               | 2  | 3                 | 4                 |                 |
|  | 0  | 0,91 <sub>0</sub>             | —0,00 <sub>5</sub>                               | 0,02 <sub>0</sub> | 0,01 <sub>5</sub> | Abb. 8a         |
|  | 30   | 0,83 <sub>0</sub>             | 0,00 <sub>0</sub>                                | 0,02 <sub>0</sub> | 0,02 <sub>0</sub> | Abb. 8b         |
|  | 60   | 0,75 <sub>5</sub>             | 0,00 <sub>0</sub>                                | 0,02 <sub>0</sub> | 0,02 <sub>0</sub> | Abb. 8c         |
|  | 90   | 0,69 <sub>0</sub>             | 0,00 <sub>0</sub>                                | 0,01 <sub>5</sub> | 0,02 <sub>0</sub> | Abb. 8d         |
|  | 120  | 0,62 <sub>5</sub>             | —0,00 <sub>5</sub>                               | 0,01 <sub>5</sub> | 0,01 <sub>5</sub> | Abb. 8e         |
|  | 150  | 0,57 <sub>5</sub>             | —0,00 <sub>5</sub>                               | 0,01 <sub>0</sub> | 0,01 <sub>0</sub> | Abb. 8f         |

Ergebnis steht im Einklang mit den übrigen Versuchsreihen.

Zum Schluß muß noch auf einen möglichen Einwand gegen die Methode eingegangen werden. Bekanntlich ist für eine Interferenz weniger die geometrische als die optische Weglängendifferenz des Lichtes bestimmend. Wenn also die Brechzahl der Rizinusölschicht sich mit lokalen Temperaturunterschieden ändert, werden auch bei einer ebenen horizontalen Oberfläche Interferenzen sichtbar sein. Mit einer Änderung der Brechzahl ist aber naturgemäß stets eine Dichteänderung d. h. Volumenänderung verbunden, so daß abzuschätzen wäre, welcher Anteil an der gesamten optischen Weglängendifferenz der Brechzahländerung  $dn$  zuzuschreiben ist. Legt man einen mittleren Wert  $\frac{dn}{dt} = 5 \cdot 10^{-4}$  zugrunde, so berechnet sich der Anteil zu etwa 20 %, womit das Überwiegen der Volumenänderung sichergestellt ist.

### Zusammenfassung

Eine theoretische und experimentelle Untersuchung des Flüssigkeitsspiegels ist in der Arbeit durchgeführt worden.

Die Theorie, die sich auf eine Näherungslösung der LAPLACESchen Differentialgleichung für die Grenzfläche von Flüssigkeiten stützt, ergab abgesehen vom Randgebiet, eine völlig ausreichende Ebenheit. Der Krümmungsradius beträgt bei einem Durchmesser von 24 cm in 4 cm Entfernung vom Rande schon rund  $2 \cdot 10^4$  km. Der Einfluß der Erdkrümmung ist dabei nicht berücksichtigt. Bemerkenswerterweise ist der angegebene Wert weitgehend von der Art der Flüssigkeit unabhängig.

Durch das Experiment wurden Störungen der Flüssigkeitsoberfläche durch statische Ladungen und Temperaturdifferenzen untersucht. Die Methode bestand in der Anwendung eines Doppelspiegels, der sich aus einer Quecksilberschicht und einer darüber befindlichen, gefärbten Ölschicht zusammensetzte. Mit Hilfe des Interferenzbildes des Doppelspiegels (Kurven gleicher Dicke) ließen sich Abweichungen von der Ebenheit der Oberfläche leicht feststellen.

Die Versuche zeigten, daß bei gut isolierenden Ölen, wie z. B. Paraffinöl Ladungen in der Ölschicht

sich außerordentlich hartnäckig, oft mehrere halten. — Ladungen entstanden schon beim gießen des Öls. — Zur Beseitigung der Störquelle man Öle mit einer Mindestleitfähigkeit von etwa  $10^{-11}$  Ohm $^{-1}$  cm $^{-1}$  verwenden.

Temperaturversuche bewiesen, daß schon geringe Temperaturdifferenzen in der Ölschicht Ebenheit der Oberfläche beeinträchtigen. Bei Auswertung der Versuche mußte der zeitliche Temperaturverlauf berücksichtigt werden. An gefärbtem Rizinusöl von 1200 Centipoise Zähigkeit wurde einem Spiegeldurchmesser von etwa 11 cm und Schichtdicke von 1,26 mm festgestellt, daß Temperaturdifferenzen von 0,01° C an den Enden des Durchmessers die Ebenheit der Oberfläche merklich beeinflussen.

Die vorliegende Arbeit ist ein Auszug der beiden Teile einer Dissertation mit gleichlautendem Titel, die Ende Juni 1954 bei der Technischen Schule Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig reicht wurde.

Am Ende der Arbeit sei dem Verf. gestattet, Herrn Prof. Dr. CARIO, Braunschweig den schulischen Dank auch an dieser Stelle für viele Anregungen und Hinweise auszusprechen, die zur Bereicherung und Abrundung der Arbeit wesentlich beigetragen haben. Herr Prof. Dr. KOHLER, Braunschweig, hat dem Verf. bei der Bearbeitung des theoretischen Teils bereitwillig unterstützt und mehr dazu beigetragen als eine Nennung von Einzelheiten gesagt werden dürfte. Seinen Dank möchte ihm der Verf. hier zum Ausdruck bringen. Dem Präsidenten der Physikalischen Technischen Bundesanstalt, Herrn Prof. Dr. H. VIEWEG, ist der Verf. für die Genehmigung, die Arbeit zu einer Dissertation ausstellen zu dürfen, besonderem Dank verpflichtet.

**Literatur.** [1] LORD ROYLEIGH: Proc. roy. Inst. Lond. 14, 72 (1893); Nature, Lond. 48, 212 (1893). — [2] BARELL, H. u. MARBNER, R.: Nature, Lond. 161, 529 (1948). — [3] EINSPOHN, E.: Vortrag 1949 im Deutschen Amt für Maß u. Gewicht in Thür. — [4] FRANK, PH. u. R. v. MISENER: Differential- und Integralgleichungen der Mechanik Physik 2. Aufl. S. 394 (1935).

Dr. RAINER BÜNNAGEL  
Physikalisch-Technische Bundesanstalt Braunschweig

## Die photographische Darstellung von Schubgleichen unterhalb der 1. Isochromatenordnung bei spannungsoptischen Versuchen\*

VON H. SCHWIEGER UND G. HABERLAND

13 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. Dezember 1955)

### 1. Einleitung

Bei spannungsoptischen Versuchen benutzt man gewöhnlich zur Aufnahme der Isoklinen, aus denen sich die Hauptspannungslinien zeichnen lassen, Modellwerkstoffe mit geringer optischer Wirksamkeit. Dazu gehört das viel verwendete Plexiglas, in welchem im allgemeinen keine oder nur wenige Isochromaten auftreten. Diese sind aber zur Bestimmung

der Hauptschubspannungen erwünscht, so daß man sich zur Aufnahme der Isochromaten ein weiteres Modell aus optisch hochwirksamem Material bedient. Im folgenden wird nun geschil-  
dert, wie man gleich bei der Aufnahme der Isoklinen selbst die Orte gleicher maximaler Schubspannung  $\tau_{max}$  und weiter auch gleicher Schubspannung auf photographischem Wege erhalten kann. Es braucht demzufolge nur ein Modell, wobei man gleichzeitig die besonderen Eigenschaften von Plexiglas, wie gutes elastisches Verhalten und Eigen-

\* Im Auszug vorgetragen auf der 57. Tagung der Deutschen Gesellschaft für angewandte Optik in Berlin (23. bis 25. Mai 1956).



sfreiheit, zunutze macht. Zur Anwendung  
gt die Äquidensitometrie, mit deren Hilfe es  
ist, auf einem photographischen Film die  
gleicher Schwärzung und damit auch gleicher  
intensität festzuhalten [1–3]. Da man die  
esitätsverteilung hinter dem Analysator kennt,  
n besonders eine Funktion der durch die Span-  
nen hervorgerufenen optischen Doppelbrechung  
des Winkels zwischen der Schwingungsrichtung  
Polarisators und einer Hauptspannungsrichtung  
eßen sich, wie die Verfasser an anderer Stelle [4]  
gt haben, aus den Orten gleicher Lichtintensität  
den Äquidensiten — punktweise die optische  
doppelbrechung errechnen.

Die Äquidensiten können nun dadurch erhalten  
en, daß man nach Aufnahme der Isoklinen den  
ographischen Film eine gewisse Zeit anentwik-  
dann gleichmäßig diffus nachbelichtet und  
eßlich zu Ende entwickelt<sup>1</sup>. Auf diese Weise  
ehen auf dem photographischen Positiv dieser  
nahme schwarze Linien, die auf den ursprüng-  
n Schwärzungsübergängen die Orte gleicher  
intensität verbinden (SABATIER-Effekt [5]).  
ei werden die Isoklinen, wie die Abb. 1 zeigt,  
ils in zwei Äquidensiten aufgespalten.

Durch Erweiterung des Versuchsablaufs und des  
ographischen Verfahrens gelingt es, wie in  
er Abhandlung berichtet wird, die Äquidensiten  
st als Kurven gleicher Schubspannungen — als  
abgleichen — darzustellen. Am Rande sei  
n bemerkt, daß man z. B. auch bei spannungs-  
schen Plattenversuchen mittels des Zweischicht-  
fahrens meistens keine Isochromaten beobachtet  
demzufolge auch bei diesen Problemen die Äqui-  
titometrie Anwendung finden kann.

## 2. Intensitätsbeziehungen

Bringt man zwischen einen Polarisator und einen  
lysator einen doppelbrechenden Körper, so beob-  
et man hinter dem Analysator bei Verwendung  
llen, monochromatischen Lichtes eine Licht-  
sitätsverteilung [6], die sich im einzelnen aus  
stehendem Ausdruck berechnet:

$$I = I_0 \{ \cos^2 \chi - \sin 2\alpha \cdot \sin 2(\alpha - \chi) \cdot \sin^2 \Delta/2 \} \quad (1)$$

bei bedeuten:

Maß für die auf den Polarisator einfallende Licht-  
energie

Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen von  
Polarisator und Analysator

Winkel zwischen der Schwingungsrichtung des  
Polarisators und einer Hauptspannungsrichtung des  
doppelbrechenden Körpers (bei verformten Model-  
len Hauptspannungsrichtung)

Phasendifferenz der beiden aus dem doppel-  
brechenden Körper ausgetretenen Lichtkompo-  
nenten.

Von einer Korrektur der Gl. (1) durch Berück-  
tigung der Lichtabsorption und einer unvoll-  
ständigen Lichtauslöschung gekreuzter Polarisations-  
richtungen wurde hier abgesehen. Bei den späteren Ver-  
fahren werden diese Korrekturen gleich miteingeführt.

<sup>1</sup> Als geeignet erwies sich Agfa-Phototechnischer Film  
(Matte).

Bei spannungsoptischen Modellen, in denen ein  
ebener Spannungszustand eingetragen wurde, be-  
steht zwischen den Hauptbrechungszahlen  $n_1$ ,  $n_2$   
und  $n_3$  und den Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  folgen-  
der Zusammenhang:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_0 + a \sigma_1 + b \sigma_2, \\ n_2 &= n_0 + a \sigma_2 + b \sigma_1 \\ n_3 &= n_0 + b(\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (2)$$

( $n_0$ : Brechungszahl des unverformten Materials,  
 $a$  und  $b$ : Materialkonstanten, die in geringem Maße  
wellenlängenabhängig sind). Durchstrahlt man ein  
ebenes Modell mit der Dicke  $d$  senkrecht zu den  
Hauptspannungsrichtungen, so erhält man unter  
Verwendung der Gl. (2) für die Phasendifferenz

$$\Delta = \frac{2\pi \cdot d}{\lambda_0} \cdot (n_1 - n_2) = 2\pi d \frac{(a-b)}{\lambda_0} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (3)$$

Die Materialkonstante  $\left(\frac{a-b}{\lambda_0}\right) = K$  bezeichnet man  
als spannungsoptische Konstante, die abhängig von der  
Lichtwellenlänge in Luft  $\lambda_0$  ist.

In der Spannungsoptik werden nun insbesondere  
die durch  $\chi = 0^\circ$  bzw.  $\chi = 90^\circ$  ausgezeichneten Fil-  
terstellungen benutzt. Für diese Fälle ergeben sich  
nach Gl. (1) folgende Intensitätsbeziehungen:

$$\chi = 90^\circ : I_{\perp} = I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \Delta/2 \quad (\text{gekreuzte Filter}) \quad (4)$$

$$\chi = 0^\circ : I_{\parallel} = I_0 (1 - \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \Delta/2) \quad (\text{parallele Filter}) \quad (5)$$

Bei Verwendung monochromatischen Lichtes beob-  
achtet man bei gekreuzten Polarisationsfiltern im  
Gesichtsfeld dunkle Kurven längs denen einmal  
 $\alpha = 0^\circ$  bzw. zum anderen  $\Delta = 0, 2\pi, 4\pi \dots$  ist.  
Die ersten Kurven nennt man Isoklinen und die  
zweiten Isochromaten 0., 1., 2., ... Ordnung. Da  
die Phasendifferenz  $\Delta$ , wie aus Gl. (3) ersichtlich, der  
Hauptspannungsdifferenz und damit der maximalen  
Schubspannung (es ist  $\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \tau_{\max}$ ) proportional  
ist, sind die Isochromaten selbst Kurven gleicher  
Hauptschubspannung (Schubgleichen).

## 3. Die Aufnahme der $\tau_{xy}$ -Kurven

Wie Abb. 1 zeigt, wurde die Isokline in zwei sie  
einhüllende Äquidensiten aufgespalten. Unter der  
Voraussetzung, daß die pro Flächeneinheit des  
Modells einfallende Lichtenergie überall gleich groß  
ist, sind in diesem Fall die Äquidensiten Kurven, auf  
denen gemäß Gl. (4)

$$\sin 2\alpha \sin \frac{\Delta}{2} = \text{const.} = C \quad (6)$$

ist. Bezieht man sowohl die Schwingungsrichtung  
des Polarisators  $\varphi_P$  wie die Richtung einer Haupt-  
spannung  $\varphi$  auf eine Achsenrichtung eines gewählten  
 $x, y$ -Koordinatensystems, so ist  $\alpha = (\varphi - \varphi_P)$ . Da  
längs einer Äquidensite, welche bei einer bestimmten  
Stellung des Polarisationskreuzes ( $\varphi_P$ ) gewonnen  
wurde, die Richtungswinkel  $\varphi$  spannungsoptisch  
durch Isoklinenaufnahmen bestimmbar sind, läßt  
sich nach Gl. (6) auf der Äquidensite punktweise  
die optische Phasendifferenz und damit die maxi-  
male Schubspannung berechnen. Dazu muß die Kon-  
stante  $C$  durch einen Eichversuch ermittelt werden.

Die Bestimmung von  $C$  geschieht am besten an  
einem querkraftfreien Biegestab, der aus dem glei-  
chen Material wie das Versuchsmodell hergestellt ist

und auch die gleiche Dicke hat. Dabei wird unter sonst gleichen photographischen Bedingungen die Nullisochromate in Äquidensiten aufgespalten. Längs dieser Äquidensiten sind die maximale Schubspannung  $\tau_{max}$  und der Winkel  $\alpha$ , der im folgenden Beispiel zu  $45^\circ$  gewählt wurde, konstant.  $\tau_{max}$  läßt sich aus dem Biegemoment und mit der Gl. (3) die zugehörige optische Phasendifferenz berechnen, um

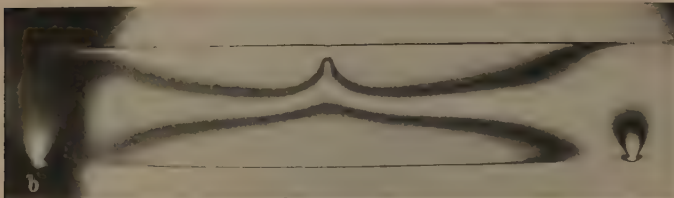
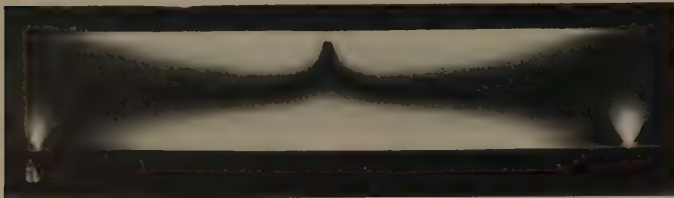


Abb. 1a. Isoklinenaufnahme von einem beiderseitig freigestützten Plexiglasbalken mit einer Einzellast in der Mitte. Das Polarisationskreuz stand unter  $45^\circ$  zur Balkenachse.  
b) Hier wurden die Isoklinen in zwei sich einhüllende Äquidensiten aufgespalten.

schließlich gemäß Gl. (6) die Konstante  $C$  zu ermitteln. Diese Konstante gilt dann für alle unter den gleichen Bedingungen gewonnenen Aufnahmen. In Abb. 2 ist nun die in Äquidensiten aufgespaltene Nullisochromate festgehalten. Bezeichnet man den gegenseitigen Abstand der Äquidensiten mit  $2y$ , wo  $y$  der jeweilige Abstand dieser Linien von der neutralen Faser bedeutet, so errechnet sich die Hauptschubspannung auf der Äquidensite aus nachstehender Beziehung:

$$\tau_{max} = \frac{3M}{h^3 d} \cdot 2y. \quad (7)$$

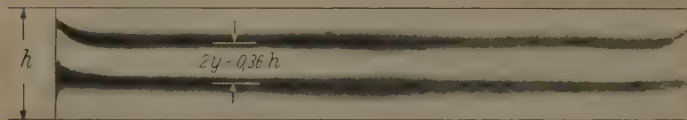


Abb. 2. Eichaufnahme. Aufspaltung der Nullisochromate in Äquidensiten bei einem querkräftfreien Biegestab aus Plexiglas. Biegemoment  $M = 16,85$  kp·cm, Lichtwellenlänge  $\lambda = 436$  mμ.

Bei dem vorliegenden Eichversuch sind das Biegemoment  $M = 16,85$  kp·cm, die Stabhöhe  $h = 2$  cm, die Dicke des Stabes  $d = 1$  cm und  $2y = 0,36 h$ , womit sich  $\tau_{max} = 4,56$  kp/cm<sup>2</sup> ergibt. Mit einer spannungsoptischen Konstanten von  $K_{436\text{ m}\mu} = 0,006$  cm/kp bekommt man dann nach Gl. (3) eine optische Phasendifferenz von  $\Delta = 0,343$  bzw.  $\Delta^\circ = 19,68^\circ$  und damit schließlich unter Verwendung von Gl. (6)  $C = 0,171$ .

Wie werden nun die  $\tau_{xy}$ -Kurven erhalten? Wählt man insbesondere den Winkel  $\varphi_P = 0^\circ$ , was der Aufnahme der  $0^\circ$ -Isokline entspricht, so gilt bei ihrer Aufspaltung für die Äquidensiten

$$\sin \frac{\Delta}{2} \sin 2\varphi = C.$$

Da bei den Versuchen mit Plexiglas die optische Phasendifferenz im allgemeinen klein ist — gesehen von der näheren Umgebung von Einzeln — und man demzufolge für  $\sin \frac{\Delta}{2} \sim \frac{\Delta}{2}$  setzen kann, ergibt sich

$$\frac{\Delta}{2} \cdot \sin 2\varphi = C$$

und weiter mit Gl. (3)

$$\tau_{max} \sin 2\varphi = \frac{C}{2\pi d K} = C^+.$$

Bekanntlich ist dieser Ausdruck gerade die Schubspannung  $\tau_{xy}$ , so daß bei  $\varphi_P = 0^\circ$  gewonnene Äquidensiten in guter Annäherung eine Kurve gleicher Schubspannung  $\tau_{xy}$  darstellen. Man bekommt eine ganze Schar  $\tau_{xy}$ -Gleichen, indem man unter gleichen Bedingungen bei verschiedenen Laststufen derartige Äquidensiten herstellt. Der numerische Wert der Schubspannung  $\tau_{xy}$  ist dabei auf diesen Kurven derselbe, nämlich der, welcher sich für das hier vorliegende Beispiel aus Gl. (8) zu  $C^+ = 4,53$  kp/cm<sup>2</sup> errechnet. Da hier beim Eichversuch  $\sin 2\alpha = 1$  gewählt wurde, die Phasendifferenz  $\Delta$  auf der Äquidensite des Eichstabes kleiner

höchstens gleich den Phasendifferenzen auf Äquidensiten des Modells, so daß die Vernachlässigung  $\sin \frac{\Delta}{2} \sim \frac{\Delta}{2}$  auch beim Eichstab statthaft ist. Damit wird  $C^+$  einfach gleich dem  $\tau_{max}$ -Wert, der aus dem Eichversuch nach Gl. (7) zu  $\tau_{max} = 4,56$  kp/cm<sup>2</sup> ergab.

Indem man nun beim Modell den Wert  $C^+$  weils durch den Zahlenwert der Last dividiert, erhält man auf der zugehörigen Äquidensite den Wert  $\tau_{xy}$ , der dort bei einer Last von 1 kp vorliegen würde, so daß nunmehr die bei verschiedenen Laststufen erhaltenen Äquidensiten Höhengichtlinien der  $\tau_{xy}$ -Fläche bei 1 kp Last darstellen.

Die  $\tau_{xy}$ -Kurven in ihrer Gesamtheit ermöglichen eine umfassende Bestimmung der einzelnen Normalspannungen mit Hilfe der auf den Gleichgewichtsbeziehungen des ebenen Spannungszustandes beruhenden Integrationsmethoden.

In Abb. 3 sind nun bei einem Scheibenmodell zwei Laststufen die Äquidensiten als  $\tau_{xy}$ -Gleichen wiedergegeben. Die Zusammenstellung der bei mehreren Laststufen gewonnenen Schubgleichen findet man in Abb. 4 und für einen bestimmten Schnitt durch das Scheibenmodell die Schubspannung  $\tau_{xy}$  in Abb. 5.

#### 4. Die Aufnahme der $\tau_{max}$ -Kurven

Die  $\tau_{max}$ -Kurven können auf folgende Weise photographisch erhalten werden. Zuerst macht man eine beliebige Stellung des Polarisationskreuzes, um dann nach einem Weiterdrehen des Polarisationskreuzes um  $45^\circ$  die



in Film mit gleicher Belichtungszeit  $t$ , wie bei der ersten Aufnahme nochmals zu belichten. Bei der Doppelbelichtung erhält man eine resultierende Exposition von

$$= A^2 \cdot t \left\{ \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 2(\alpha + 45^\circ) \cdot \sin^2 \frac{A}{2} \right\} = A^2 t \sin^2 \frac{A}{2}. \quad (9)$$

parallel Polarisations-

ergibt sich:

$$= A^2 t \left\{ 2 - \sin^2 \frac{A}{2} \right\}. \quad (10)$$

Belichtungsverteilung dem Film ist also nur abhängig von der Phasendifferenz

so daß die nunmehr bei entsprechender diffuser Belichtung während des Entwicklungsprozesses stehenden Äquidensiten Kurven gleicher maximaler Schubspannung darstellen.

Abb. 6 zeigt in Gegenüberstellung normal entlastete und nachbelichtete Aufnahmen. Letztere erhalten nur noch Linien gleicher maximaler Schubspannung. Eine Zusammenstellung mehrerer, bei verschiedenen Laststufen erhaltener  $\tau_{max}$ -Kurven ist man in Abb. 7. Der entsprechende Eichverlauf am Biegebalken ergab einen für alle  $\tau_{max}$ -Kurven gemeinsamen Wert von  $\tau_{max} = 6,4 \text{ kp/cm}^2$ . Gegen dem weiter oben beschriebenen Eichverlauf ist hier auch der Eichstab doppelt zu belichten<sup>2</sup>. Bedient man wieder bei den jeweiligen Laststufen den Wert durch den Zahlenwert der Last, so erhält man die einzelnen Äquidensiten Höhengleichungen der  $\tau_{max}$ -Fläche bei 1 kp Last dar.

Mit Gl. (8) läßt sich aus der Hauptschubspannung  $\tau_{max}$  und der Hauptspannungsrichtung  $\varphi$  die Schubspannung  $\tau_{xy}$  Punkt für Punkt des Modells berechnen. Dazu sind Isoklinen-Aufnahmen herzustellen, und die sich bei verschiedenen Stellen des Polarisationskreuzes ergebenden Isoklinen in Abb. 8 zusammengestellt. Für einen bestimmten Schnitt des Modells findet man die Hauptspannungsrichtungen in Abb. 9 aufgetragen. Ferner in Abb. 10 die  $\tau_{max}$ -Werte und die mittels des Neigungswinkels  $\varphi$  errechneten  $\tau_{xy}$ -Werte für den gleichen Schnitt aufgetragen. Die hier gewonnene Kurve stimmt in ihrem Verlauf gut mit der in Abb. 5 festgehaltenen überein.

Zur Gegenüberstellung der an einem Plexiglasmodell mittels der Äquidensitometrie gewonnenen Kurven mit den an einem optisch hochwirksamen

Modell (VP 1527) erhaltenen sind in Abb. 11 und 12 die entsprechenden Isochromaten-Aufnahmen wiedergegeben. Diese Kurvenbilder sind ebenfalls durch Doppelbelichtung entstanden, wobei sich die halb-

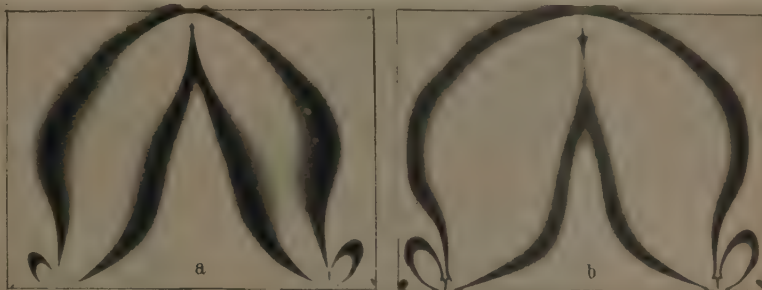


Abb. 3. Äquidensiten, auf denen  $\tau_{xy} = \text{konstant}$  ist.  
a) Einzellast  $P = 70 \text{ kp}$ ; b) Einzellast  $P = 130 \text{ kp}$ . (Belastungsart ist der Abb. 4 zu entnehmen).

zahligen Isochromatenordnungen weniger aber ausreichend kontrastreich abzeichnen, da sich in diesem Falle (siehe Gl. (10)) nur relative Intensitätsminima ausbilden.

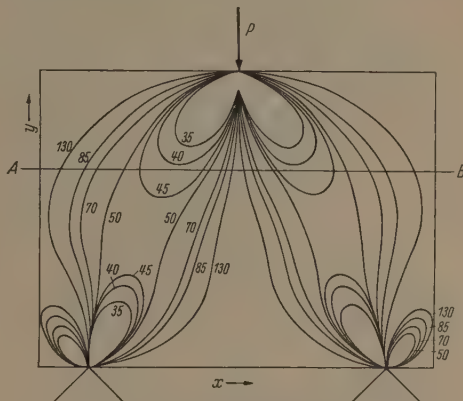


Abb. 4. Zusammenstellung der bei verschiedenen Laststufen gewonnenen Äquidensiten ( $\tau_{xy} = \text{Gleiches}$ ). Die Zahlen geben die jeweilige Größe der Einzellast  $P$  in kp an.

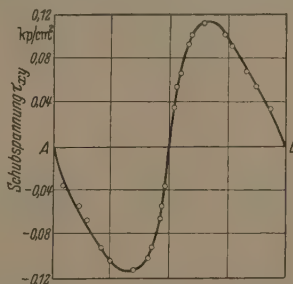


Abb. 5. Für den Schnitt A—B des in Abb. 4 gegebenen Scheibenmodells aufgetragener Verlauf der Schubspannung  $\tau_{xy}$  bei  $P = 1 \text{ kp}$ .

Die vom Winkel  $\alpha$  unabhängige Intensitätsverteilung vor dem Analysator erhält man bekanntlich auch bei Verwendung zweier  $\lambda/4$ -Platten. Man arbeitet dann mit linear polarisiertem Licht. Da den Verfassern keine homogenen  $\lambda/4$ -Platten von entsprechender Größe zur Verfügung standen, wurde die Doppelbelichtung angewandt. Eine Verwendung von  $\lambda/4$ -Platten ist in diesem Falle ohnehin ratsam, da diese zusätzliche Fehler hervorrufen. Auch, wenn dabei einmal  $\alpha = 0^\circ$  gewählt wird, ist die Doppelbelichtung wegen einer eventuellen unvollständigen Auslöschung der gekreuzten Polarisatoren vorzuziehen.

Schließlich ist noch in Abb. 13 die Aufspaltung der in Abb. 11 wiedergegebenen Isochromaten in Äquidensiten festgehalten. Dieses hier mehr zur Ergänzung mitgeteilt könnte da von Interesse sein, wo man ursprünglich zu breite Isochromaten erhält und bei bestimmten Fällen Einzelheiten des Kurvenverlaufs besser erkennbar werden sollen.

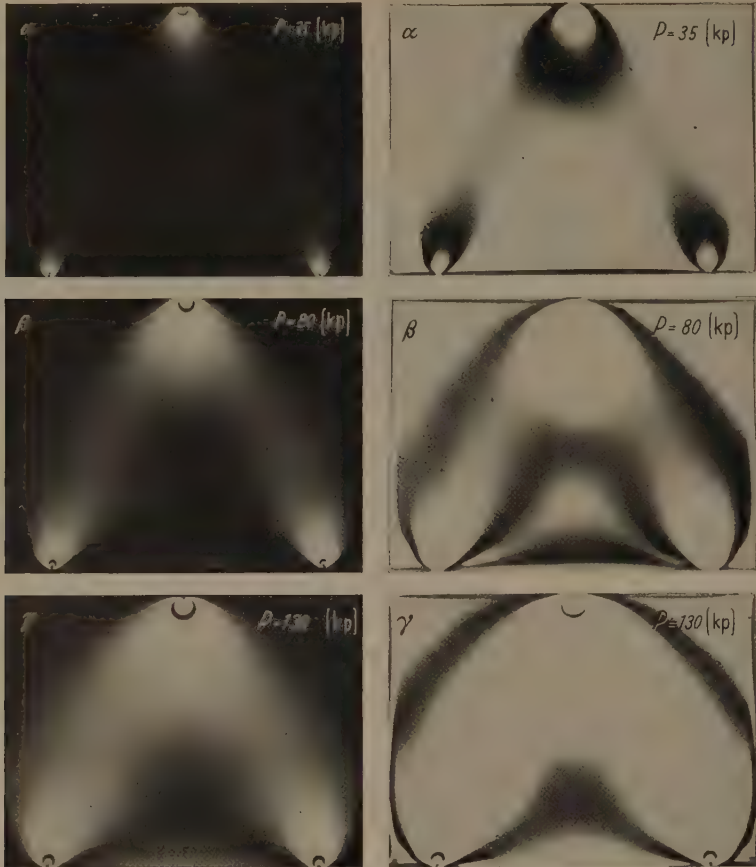


Abb. 6. Mittels Doppelbelichtung im linear polarisierten Licht erhaltene Aufnahmen des vorgegebenen Plexiglasmodells. Die einzelnen Aufnahmen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  sind bei verschiedenen Laststufen gewonnen worden. links Normal entwickelt; rechts Äquidensiten ( $\tau_{max}$ -Kurven).

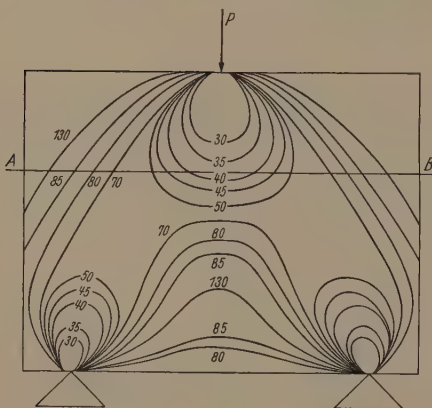


Abb. 7. Zusammenstellung der Äquidensiten für eine Reihe von Laststufen. Die Zahlen bedeuten jeweils den Wert für die Last  $P$  in kp.

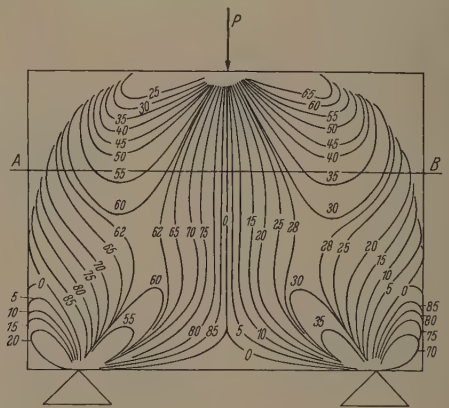


Abb. 8. Isoklinenverlauf bei mehreren Stellungen des Polarisationskreuzes. Die Zahlen geben die Winkelstellungen des Polarisationskreuzes an. In der  $0^\circ$ -Stellung steht das Polarisationskreuz parallel zu den Kanten des Modells ( $x$ ,  $y$ -Koordinatensystem).

### Zusammenfassung

Es werden Verfahren mitgeteilt, wie man auch bei spannungsoptischen Modellen, an denen im allgemeinen keine Isochromaten zu beobachten sind, die optischen Phasendifferenzen in ihrer Gesamtheit aus Photogrammen bestimmen kann. Es handelt

sich dabei um die Anwendung der Äquidensitometrie, mit deren Hilfe auf dem photographischen Film Kurven jeweils gleicher Hauptschubspannung  $\tau_{max}$  und gleicher Schubspannung  $\tau_{xy}$  erhalten werden. Die Methoden werden an einem Scheibenmodell aus Plexiglas veranschaulicht und die notwendigen Eich-



rsuche beschrieben. Die Verfasser danken dem d. Mitglied der Deutschen Akademie der Wissen-  
schaften zu Berlin, Herrn Prof. Dr. K. SCHRÖDER,  
r die wohlwollende Förderung ihrer Forschungs-  
arbeiten.

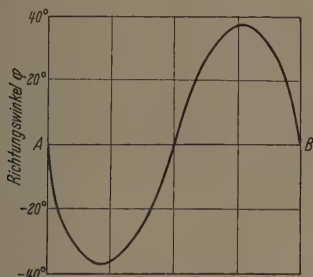


Abb. 9. Verlauf der Hauptspannungsrichtung  $\varphi$  längs des Schnittes A—B.

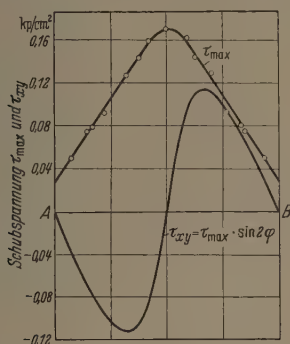


Abb. 10. Verlauf von  $\tau_{max}$  und des nach Gl. (8) berechneten  $\tau_{xy}$  längs des Schnittes A—B bei  $P = 1$  kp.

**Literatur.** [1] KRUG, W. und E. LAU: Feingerätetechnik 391 (1952). — [2] LAU, E., J. RIENITZ und G. ROOSE: Feingerätetechnik 2, 101 (1953). — [3] LAU, E.: Feingerätetechnik 2, 497 (1953). — [4] SCHWIEGER, H. und G. HABERLAND: Bauplanung und Bautechnik 9, 71 (1955) und Wissenschaftl. Zeitschr. Univ. Halle, Math.-Nat. 4, 853 (1955). — [5] ARENS, H.: Zeitschr. f. wiss. Photographie 44, 44, 51, 2 (1949) und 45, 1 (1950). — [6] BORN, M.: Optik, Berlin 1933 S. 246.

Dr. HORST SCHWIEGER und Dipl.-Phys. GOTTHARD HABERLAND,  
Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin  
Forschungsinstitut für Mathematik  
Abteilung „Angewandte Mathematik“  
Spannungsoptisches Laboratorium  
Erkner b./Berlin, Flakenstraße 28—31.



Abb. 11. Isoklinenfreies Isochromatenbild eines Scheibenmodells aus dem Kunststoff VP 1527, gewonnen durch Doppelbelichtung bei gekreuzten Polarisationsfiltern ( $P = 100$  kp,  $\lambda = 436$  m $\mu$ ). Die Zahlen bedeuten die Ordnungen der Isochromaten.

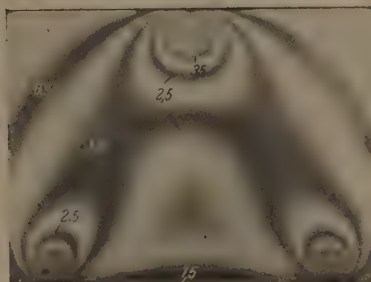


Abb. 12. Bei parallelen Polarisationsfiltern erhaltene Isochromaten halbzahliger Ordnung ( $P = 100$  kp,  $\lambda = 436$  m $\mu$ ). Die Zahlen bedeuten die Ordnungen der Isochromaten.



Abb. 13. Gleiche Aufnahme wie in Abb. 11, jedoch wurden hier die Isochromaten in Äquidensiten aufgespalten.

## Untersuchungen zur Selbsterregung von Bandgeneratoren\*

Von WOLFGANG HERCHENBACH und HERMANN SIGEL

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 24. Dezember 1955)

VAN-DE-GRAAFF'sche Bandgeneratoren für Spannungen bis etwa 3 MV und Stromstärken bis zu einigen hundert Mikro-Ampere lassen sich gegenüber anderen Hochspannungsanlagen mit relativ geringem Aufwand bauen [1, 2]. Allerdings bedeutet der zur Fremderregung zusätzlich notwendige Aufwand eine starke Verteuerung.

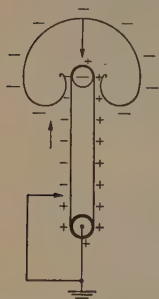
\* Auszug aus einer Tübinger Staatsexamensarbeit.

Die zunächst im Danziger Physikalischen Institut und später in Tübingen unter Prof. KOSSEL entwickelten Bandgeneratoren mit *Selbsterregung* stellen daher eine wesentliche Verbesserung dar [3—7]. Unsicherheiten des Vorzeichens der Erregung und Schwankungen der Stromstärke ließen sich schon bisher bei einiger Erfahrung und guter Pflege klein halten. — Einen Überblick über Arbeiten bis 1954

und eine Beschreibung einiger Hochspannungsanlagen gibt [8].

In dieser Arbeit wurden die Beladungserscheinungen bei Selbsterregung eingehender untersucht.<sup>1</sup> Dabei ergab sich u. a., daß die Einführung einer *symmetrischen Schaltung* mit zwei Isolator-Erregerwalzen verschiedenen Vorzeichens einen entscheidenden Fortschritt bringt.

Die selbsterregten Generatoren arbeiten in dieser neuen Schaltung völlig zuverlässig und liefern höhere Stromstärken. Sie zeichnen sich durch ihre Einfachheit aus und können von jedem Laien bedient werden. Daher sind sie sowohl für Anwendungen in Forschung und Technik als auch für Demonstrationszwecke in Vorlesungen und Schulen besonders geeignet.



*Einfachste Schaltung und Erregungsmessungen*

Abb. 1. Selbsterregter Generator nach KOSSEL und CUNO [8]. Oben Isolatorwalze als Erregerwalze, unten Metallwalze als Antriebswalze.

Durch Kontakt mit dem Gummiband beladend sich in einer Schaltung nach Abb. 1 die oben sitzende Erregerwalze aus Isolatormaterial negativ gegen das dann positiv ablaufende Band. Das Feld dieses ablaufenden Bandes bewirkt, daß vom unteren Sprühkamm, der oberhalb der metallenen Antriebswalze sitzt, negative Ladungen auf das aufsteigende Band gelangen, die oben vom Sprühkamm abgenommen und durch positive ersetzt werden.

Wie KOSSEL [4] gezeigt hat, lassen sich in solchen (influenzbeladenen) Anordnungen Bandbeladungsdichten von höchstens  $\sigma_{max} = 8$  CGS erreichen, wenn man den Betrag der Durchbruchfeldstärke in Luft mit 30 kV/cm ansetzt. (Durchbruchfeldstärke im homogenen Feld bei 2 cm Elektrodenabstand). Ist  $F$  die Flächengeschwindigkeit des Bandes in  $m^2/sec$ , so ergibt sich damit der maximale Bandbeladungs-

<sup>1</sup> Die Firma Physica, Göttingen, stellte uns dankenswerterweise die Versuchsgeneratoren zur Verfügung.

strom zu

$$I_{max} = 53 F \mu A$$

in Normalluft bei Bandabständen um 2 cm.

Tabelle 1. Beladungsdichte einiger Generatoren.

| Generator  | $\sigma$ (CGS) | % von $\sigma_{max}$ |
|--|----------------|----------------------|
| Maximalwert $\sigma_{max}$ [4]                           | 8              | 100                  |
| V. d. GRAAFF: Round Hill Gen. mit Fremderr. 2,5 MV [2]   | 4,8            | 60                   |
| CUNO: Erster Gen. mit Selbsterr. in Schaltung 1 [3], [6] | bis 4,4        | bis 55               |
| NEUBERT: Druckgenerator bei 3,5 ata Luft [3]             | 15,5*          | 195*                 |
| KOSSEL-HEISE: Übererregung [5]                           | 11—12          | 138—150              |
| KNAUER: Übererr. Gen. mit Feldausgleich 1,5 MV [7]       | 11             | 138                  |
| FLAMMERSFELD-WEBER: Beiderseitige Bandbeladung [9]       | 8              | 100                  |
| Gen. in Schalt. 1 mit zusätzlicher Andrückwalze [6]      | ~5,2           | ~65                  |
| Generator in symmetrischer Schaltung (vgl. unten)        | 6—6,6          | 75—83                |

\*) Reduziert auf 1 ata ergibt sich  $\sigma = 4,4$  CGS, also 55% von  $\sigma_{max}$ .

Tabelle 1 zeigt die Ladungsdichten einiger Generatoren und den Vergleich mit  $\sigma_{max} = 8$  CGS. Über 100% liegende Werte treten bei Überdruck oder Übererregung auf, weil dann die Durchbruchfeldstärke zwischen den Bandhälften größer als 30 kV/cm ist, oder wenn man durch eine zusätzliche Einrichtung das Feld der Flächenladungen nach beiden Seiten des Bandes führt [9]. In allen anderen Fällen wurden bisher nicht mehr als 65% erreicht.

In dieser Arbeit haben wir nun zunächst das Verhalten verschiedener willkürlich ausgewählter Erregerwalzen und Ladungstransportbänder bei geerdeter Hochspannungselektrode in Schaltung 1 untersucht. Dabei konnten die in der Literatur [3], [6], [8] angegebenen Ladungsdichten von 40—55% für günstige Band-Erregerwalzen-Kombinationen bestätigt werden.

Mit Bändern aus Polyäthylen und Acetat haben wir jedoch höchstens 30 bzw. 35% erreicht. Zudem sind diese Bänder auch mechanisch nicht geeignet. Gummibänder (WBP weiß, Gummi-Müller, Han-

Tabelle 2. Erregungseigenschaften einiger Walzen in Schaltung 1 bei Gummiband. Die letzte Spalte bringt die auf wenigen (je Walze ca. 20) Einzelmessungen beruhenden Erregungswerte bei Vulkollanband.

| Walze                 | DK    | Sicherheit u. Vorzeichen der Walze | Betrag der Ladedichte in % von $\sigma_{max} = 8$ CGS | Bemerkungen   | Vorzeichen u. % von $\sigma_{max} = 8$ CGS bei Vulkollanband. |
|-----------------------|-------|------------------------------------|---|---|---|
| Glas                  | 6—8   | 80%+                               | 40—48   | Err. manchmal etwas abfallend. Err. unabhängig davon, ob Glaswalze matt oder poliert. | +40   |
| Hartgummi             | 2.6   | 75%+                               | 40—55   | Kann auch stark negativ werden. Sehr stark pos. bei hoher Luftfeucht. von 65%.        | +40   |
| Gummi (Vak.-schlauch) | 2.7   | 70%+                               | ~35   | Ungleichmäßig.  | ~15   |
| Araldit               | 3.7   | 65%+                               | ~50   | Err. unabhängig davon, ob Walze gegossen, abgedreht oder poliert                      | ~+25  |
| Astralon              | 4.0   | 50%±                               | ~40   | Vorzeichen sehr unsicher.   | ~10   |
| Plexiglas             | 3—3.6 | 85%—                               | ~55   | Im Dauerbetrieb neg. Nach Reinigen mit Lösungsmitteln immer einige Min. stark pos.    | ~+15  |
| Polyäthylen           | 2     | 80%—                               | 30—40   | Schwach. Err. verschwindet ab 55% rel. Luftfeuchtigkeit.                              | ~+15  |
| Vinidur               | 3.4   | 95%—                               | 55—60   | Sicher. Volle Err. wird jedoch nicht immer sofort erreicht.                           | —45   |
| Celluloid             | 3.5   | 95%—                               | 55—60   | Sehr sicher!  | —45   |
| Isol. Metall          | —     | —                                  | 0   | Keine Err. Kleine Funken zwischen Walze und Sprühkamm.                                | —   |
| Rosalt                | 85    | 0                                  | 0   | Keine Erregung.   | —   |



er) haben sich mechanisch und elektrisch (55 %) besten bewährt. Ein Band aus *Vulkollan* (Hyfit, Simrit-Werk Freudenberg, Weinheim), das seinen mechanischen Eigenschaften Gummi nahekommt, lieferte 40—45 % bei günstigen Walzen, rund  $\frac{4}{5}$  der Ladungsdichte eines Gummibandes. *Vulkollan* hat den Vorzug, daß es nicht wie Gummi durch Ozon, das sich bei Sprühentladungen bildet, gegriffen wird.

Die Ergebnisse der Messungen mit verschiedenen Erregerwalzen bei Verwendung von Gummibändern sind in Tabelle 2. Angeführt wurden noch die Resultate bisheriger Messungen für das *Vulkollan*band. Die Zahlen der Spalten 3 und 4 sind Mittelwerte aus jeweils zahlreichen Messungen. Die Werte für die Ladungsdichte (Spalte 4) gelten für den Fall der Erregung, d. h. dann, wenn das Band auf seiner ganzen Breite gut und gleichmäßig besprüht wird. Häufig ist aber die Erregung ungleichmäßig, bei man bei Dunkelheit beobachten kann, daß einige Spitzen des Sprühkamms ausfallen oder gar in umgekehrtem Vorzeichen sprühen. Desgleichen ist die Erregung zeitlich nicht immer konstant, gelegentlich polt der Generator auch um, oder die Erregung setzt ganz aus. Oftmals beobachtet man ein Absinken der Erregung bei hohen Tourenzahlen. Daher sollen die Werte der 3. Spalte ausdrücken, mit welcher Sicherheit die betreffende Walze positiv oder negativ anläuft und ihre Erregung im Dauerbetrieb beibehält.

Man sieht, wenn man das Vorzeichen der Erregung mit den Dielektrizitätskonstanten in Spalte 2 (bekannte Tabellenwerte) vergleicht, daß die Aufladung der Erregerwalzen bei den hier verwendeten künstlichen Kunststoffen nicht — wie schon vermutet wurde [8] — der COEHNSchen Regel [10], [11] folgt. Sonst müßte sich im System Band-Walze der Fall mit höherer DK stets positiv aufladen.

Die Tabelle zeigt, daß Vorzeichen und Betrag der Kontaktaufladung sehr labil sind. Von den untersuchten Walzen arbeiten am besten solche aus Glas, Hartgummi, Vinidur und Celluloid. Isolierte Metallwalzen zeigen keine Erregung. Sie laden sich zwar auf das Gummiband auf; jedoch entladen immer wieder Fünkchen zum Sprühkamm die Walze und verhindern die Beladung des Bandes.

### Die „symmetrische“ Schaltung

In Schaltung 1 und den bekannten ähnlichen Schaltungen (vgl. [6]) wird das Band oben durch das Feld der Erregerwalze beladen. Dabei kann auf dem Band die Ladungsdichte größer als  $\sigma_{max}$  werden, weil das Feld zwischen Gummiband und Walze keine Luftschichten durchsetzt. Erst beim Ablösen des Bandes von der Walze sinkt die Bandbeladung auf einen kleineren, der Durchbruchfeldstärke der Luft entsprechenden Wert ab. In der unteren Umladungszone wird das aufsteigende Band von vornherein schwächer beladen, da hier nur das schwächere Feld des ablaufenden Bandes wirksam ist.

Ordnet man nun zwei verschiedene Erregerwalzen<sup>1</sup> nach Abb. 2 symmetrisch an, d. h. verwendet man oben eine Walze, die sich kräftig negativ polt

und anstelle der metallenen Antriebswalze unten eine Isolatorwalze für die positive Erregung mit entsprechend stehendem Sprühkamm, so wird die Anordnung vollsymmetrisch und damit unabhängig vom Drehsinn. Die Polarität kann einfach durch Vertauschen der Walzen gewechselt werden. Beide Walzen sollten sich so unterstützen, daß das Vorzeichen der Erregung wesentlich sicherer wird. Weiterhin sollte jetzt auch die aufsteigende Bandhälfte stark beladen werden, also die Stromstärke ansteigen.

Dies wurde zunächst für die Walzen-Kombination Glas-Celluloid bei einem Gummiband untersucht, und es ergab sich folgendes:

Das Vorzeichen der Erregung ist seit über einem Jahr ausnahmslos sicher. Selbst nach längeren Pausen (etwa 2—3 Wochen), in denen der Generator nicht vor Staub geschützt war, lief er sofort mit voller Stromstärke an.

Die Ladungsdichte des Gummibandes konnte durch die neue Schaltung von 55 auf 75—83 % gesteigert werden. Damit scheint der praktische Grenzwert der Ladungsdichte erreicht zu sein. Denn man beobachtet nun im Dunkeln sowohl an den Stellen, wo sich das Band von den Erregerwalzen ablöst als auch zwischen den Bandhälften Sprühentladungen und schwache Funken. Man darf also bei den in Bandgeneratoren vorliegenden Verhältnissen (Durchbruch zwischen bewegten, beladenen Isolatorflächen) nicht mit der gleichen Durchbruchfeldstärke wie zwischen ebenen metallischen Elektroden (30 kV/cm entspr.  $\sigma = 8$  CGS) rechnen, sondern muß ca. 25 kV/cm (entspr. 6,6 CGS) als den bei Bandabständen um 2 cm höchstens erreichbaren Wert ansehen.

Bei Verwendung anderer Bänder ergab sich durch Anwendung der symmetrischen Schaltung eine ähnliche Steigerung der Ladungsdichte: Bei Polyäthylen von 30 auf 55 %, bei Acetat von 35 auf 65 % und bei *Vulkollan* von 40 auf 60 %. Als weiterer Vorteil gegenüber Schaltung 1 zeigt sich, daß die dort beobachteten langsamen Stromschwankungen von 5—10 % hier praktisch nicht mehr auftreten. Dies könnte dadurch erklärt werden, daß jetzt Schwankungen der Bandbeladung an der oberen Erregerwalze nicht mehr wie in Schaltung 1 in der unteren Umladungszone verstärkt werden, sondern durch die zweite Erregerwalze (Schaltung 2) ausgeglichen werden.

Die Steigerung der Ladungsdichte, das Verschwinden der Stromschwankungen und die Proportionalität zwischen Strom und Flächengeschwindigkeit zeigt Abb. 3.

Selbstverständlich kann auch hier die Bandbeladungsdichte in bekannter Weise durch Anwendung von Druck oder (und) Gasen höherer Durchbruchfeldstärke noch weiter gesteigert werden. Dabei sollten nicht-aggressive Gase (z. B.  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $CO_2$ , Edelgase) bevorzugt werden, um die Zersetzung des Bandes (z. B. durch Ozon) und die Korrosion von Metallteilen auszuschließen.

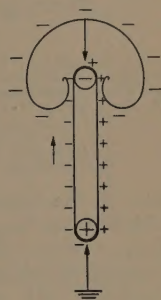


Abb. 2. Selbsterregter Generator in „symmetrischer“ Schaltung. Oben und unten je eine Isolatorwalze als Erregerwalze.

<sup>1</sup> Wie W. KNAUER uns nachträglich mitteilt, verwendet er in der Übererregungsschaltung nach KOSSEL-HEISE [5] zwei verschiedene Andrückwalzen aus Isolatormaterial.







Die Oberflächenbeschaffenheit der Walze scheint die Stellung in der Spannungsreihe keine Rolle zu spielen. Im Gegensatz zu der bekannten Tatsache, daß durch Reiben ein polierter Glasstab positiv, mattierter negativ wird, laden sich z. B. sowohl polierte als auch mattgeschliffene Glaswalzen im Bandgenerator gleich stark positiv auf und nehmen den gleichen Platz in der Spannungsreihe ein. Auch Plexiglaswalzen verschiedener Oberflächenbeschaffenheit (gegossen, roh abgedreht und fein poliert) stehen an derselben Stelle, können aber in Schaltung 2 kleine Spannungswerte zeigen.

Die günstigsten Kombinationen von Erregern sind in Tabelle 3 in der an die Spannungsreihe angefügten Zusammenfassung hervorgehoben. Dabei zeichnet ein Kreis (o) eine ausgezeichnete Erregung von 75–83 %, ein Kreuz (x) eine gute Erregung von 65–75 %. Am besten eignen sich Glas oder Hartgummi als Erregerswalzen auf der positiven Seite und Celluloid oder Vinidur auf der negativen Seite. Weitere Messungen mit vier verschiedenen Bändermaterialien (aus Gummi, Vulkollan, Acetat und Polyäthylenglykol) ergaben, daß sich jeweils genau die gleiche Spannungsreihe mit denselben günstigsten Walzenkombinationen aufstellen läßt.

#### Untersuchung von Elektretwalzen

Um die Frage zu klären, wie weit die Kontaktaufladung einer Walze durch eine permanente innere Polarisation beeinflusst werden kann, wurden aus Plexiglas „Elektretwalzen“ hergestellt. Eine Zusammenfassung von Arbeiten über Elektrete gibt [14]. H. WIEDER und S. KAUFMAN [15] stellten u. a. 2 mm dicken Plexiglasscheiben Elektrete her, indem sie diese etwa 100 min lang zwischen ebenen Spannungselektroden auf 150° C erhitzen. Mit einem angelegten Feld von 35 kV/cm erhielten sie ein Plexiglas eine Homoladung (Oberfläche hat das Vorzeichen der Elektrode), dagegen mit 20–25 kV/cm zunächst eine Heteroladung (Oberfläche hat das Vorzeichen der Elektrode entgegengesetzte Vorzeichen) mit auffallendem Umschlag zur Homoladung.

Hier wurden die Elektretwalzen entsprechend hergestellt. Ein Plexiglasrohr von 20 mm Durchmesser und 3 mm Wandstärke wurde bei guter Abdichtung der Kanten innen mit einem leitenden Anodenblech versehen und außen mit Aluminiumfolie umwickelt. Dann wurde es in einem Ofen langsam auf 150° C erhitzt und dabei zwischen Innen- und Außenseite eine Spannung von 12,5 kV angelegt, bis die Feldstärke von außen ( $E_a = 35$  kV/cm) nach innen ( $E_i = 50$  kV/cm) anstieg. Nach 2 Stunden wurde die Heizung und nach dem Abkühlen die Spannung abgeschaltet.

Man konnte nun nach [15] erwarten, daß die Elektretwalzen an der Außenseite zunächst eine Heteroladung von etwa 2 CGS zeigen würden, daß nach einigen Tagen ein Maximum der Homoladung von 4 CGS erreicht sein und danach die Homoladung auf einen konstanten Wert von rund 2 CGS abfallen würde. Zu beachten ist, daß dagegen die Kontaktaufladung im Betrieb ca. 6 CGS beträgt und daß die Ladungsdichte während des Kontaktes mit dem Alter und sogar noch größer ist.

Untersucht wurden zwei Elektretwalzen aus Plexiglas mit verschiedener Polarisationsrichtung. Zum

Vergleich dienten unpolarisierte Plexiglaswalzen. Mit einem heterostatischen Elektrometer konnte der erwartete zeitliche Verlauf der resultierenden Oberflächenladung qualitativ bestätigt werden.

Während der kurzen Zeit der Heteroladung polten sich beide Walzen im Betrieb gegeneinander bzw. gegen die unpolarisierte Walze bevorzugt entsprechend ihrer Oberflächenladung. Als eine starke Homoladung erreicht war, wurde sogar das Vorzeichen in der Kombination gegen andere Walzen durch die Homoladung bestimmt, d. h. man konnte die Walze, an deren Oberfläche die Anode anlag (pos. Homoladung) ganz links und die Walze, an deren Oberfläche die Kathode anlag, ganz rechts in die Spannungsreihe eingruppieren (jeweils gemessen gegen fünf andere Walzen der Spannungsreihe).

Dann erfolgte aber ein Nachlassen der Wirkung der Homoladung auf die Polarität und nach fünf Tagen waren die Elektretwalzen von beiden Seiten her in der Spannungsreihe auf den Platz von Plexi-

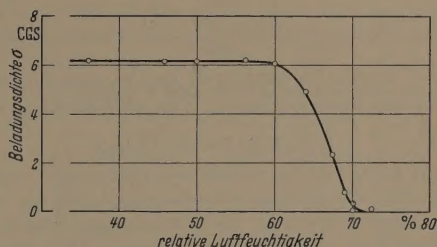


Abb. 4. Bandbeladungsdichte  $\sigma$  in Schaltung 2 mit Walzenkombination Glas-Celluloid bei Gummiband als Funktion der relativen Luftfeuchtigkeit.

glas zurückgekehrt. Beim Gegeneinanderschalten der beiden Elektretwalzen war das Vorzeichen weiterhin durch die Polarisation bestimmt, aber nach den nächsten zwanzig Tagen war auch dieser Effekt nicht mehr festzustellen.

Man kann also das Kontaktpotential durch eine starke innere Polarisation beeinflussen. Wenn jedoch mit zunehmendem Alter die Elektretladung klein gegen die Kontaktaufladung wird, verschwindet dieser Einfluß.

#### Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Selbsterregung

Bei hoher Luftfeuchtigkeit lassen sich elektrostatische Aufladungen praktisch nicht halten, da infolge der sich bildenden Wasserhaut die Oberflächenleitfähigkeit benetzbarer Isolatoren zu groß wird. Deshalb wurde die Erregung in Schaltung 1 und 2 bei Verwendung von Gummiband für die wichtigsten Walzen in Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit untersucht. In Schaltung 1 zeigen Walzen aus Celluloid, Plexiglas und Hartgummi ihre normale Erregung bis 55 % relativer Luftfeuchtigkeit. Walzen aus Glas, Astralon und insbesondere aus Polyäthylen fallen schon früher stark ab. In Schaltung 2 erreicht man mit allen wichtigen Kombinationen eine völlig konstante Erregung bis 60 % rel. Luftfeuchtigkeit, dann folgt ein langsamer Rückgang. Ab 70 % rel. Luftfeuchtigkeit ist die Erregung praktisch verschwunden. Abb. 4 zeigt den Verlauf für die Kombination Glas-Celluloid. Die Kurven für die anderen Kombinationen liegen ähnlich. Eine Walze, deren Erregung infolge zu hoher Luftfeuchtigkeit aus-



gesetzt hat, läuft auch in trockener Luft — falls die Walze nicht abgerieben wird — erst nach längerer Zeit wieder zu ihrer vollen Erregung auf.

Bestrahlt man aber an zu feuchten Tagen (rel. Luftfeuchtigkeit größer als 65 %) das Band des Generators mit einer Heizsonne, so setzt die Erregung sofort ein. Damit sind Bandgeneratoren also auch bei hoher Luftfeuchtigkeit durchaus verwendbar.

Natürlich kann man auch durch Abschluß gegen die Außenluft alle Witterungseinflüsse ausschließen.

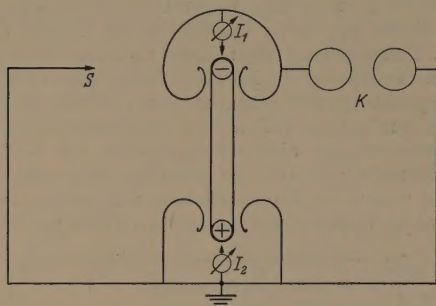


Abb. 5. Schaltung zur Aufnahme der Strom-Spannungs-Kennlinie. Die Spannung wird mit der Sprühspitze  $S$  eingestellt und an der Kugelfunktenstrecke  $K$  gemessen.  $I_1$  und  $I_2$  sind stets gleich.

### Kennlinie des Generators

Auf Abb. 5 ist die Anordnung skizziert, in der die Strom-Spannungs-Kurve des Generators in der symmetrischen Schaltung bei konstanter Flächengeschwindigkeit aufgenommen wurde. Der auf der Erdseite und in der Hochspannungselektrode über den Sprühkamm fließende Strom wird jeweils mit einem Mikroamperemeter gemessen. Die Spannung wird durch eine Sprühspitze eingestellt und mit einer Kugelfunktenstrecke bestimmt.

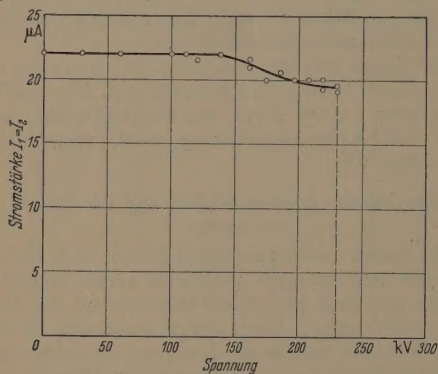


Abb. 6. Strom-Spannungs-Kurve des verwendeten Generators bei einer Flächengeschwindigkeit von  $F = 0,53 \text{ m}^2/\text{sec}$ . (Walzenkombination Glas-Celluloid bei Gummiband.)

Da jetzt gegenüber der alten Schaltung 1 der untere Sprühkamm tiefer gesetzt werden konnte, erreicht man in der symmetrischen Schaltung 2 eine Steigerung der Maximalspannung. Schirmt man auch unten Walze und Sprühkamm ab, so erhält man die Kennlinie der Abb. 6, die dem idealen horizontalen Verlauf nahe kommt [16]. Beide Mikroamperemeter zeigen dabei immer denselben Strom an.

Nach dem Verlauf der Kennlinie des Generators gelten die weiter oben mitgeteilten Ergebnisse, die durchweg bei geerdeter Hochspannungselektrode gefunden wurden, auch für den Spannungsbetrieb.

### Zusammenfassung

Die Erregungseigenschaften verschiedener Isolatorwalzen und Ladungstransportbänder für Bandgeneratoren wurden untersucht. Eine neue symmetrische Schaltung mit zwei Isolator-Erregwalzen bringt verschiedene Verbesserungen: Es wird praktisch völlige Sicherheit der Polarität und gute Konstanz des Stromes erreicht. Die Ladungsdichte auf dem Band steigt von bisher höchstens 4,8 CGS auf 6–6,6 CGS an. Weil dann Funkendurchbrüche zwischen den Bandhälften stattfinden, scheint die in einfachen Generatoren praktisch erreichbare Grenzwert der Beladungsdichte (gegenüber dem berechneten Höchstwert von 8 CGS) zu sein. Der Generator arbeitet unabhängig von der Umlaufzeit des Bandes. Die Polarität kann sehr einfach durch Vertauschen der beiden Erregerwalzen gewechselt werden. Die günstigere Stellung des unteren Sprühkammes bringt außerdem einen Spannungsgewinn.

In der symmetrischen Schaltung läßt sich eine Spannungsreihe der Erregerwalzen aufstellen, die bei den vier untersuchten Bandmaterialien die gleiche Reihenfolge zeigt. Günstige Kombinationen erhält man mit in der Spannungsreihe weit auseinanderstehenden Walzen, insbesondere mit Glas oder Hartgummi als Erregerwalzen auf der positiven gegenüber Celluloid oder Vinidur auf der negativen Seite. Die Walzen geben zusammen mit Gummiband die besten Werte. Die Oberflächenbeschaffenheit der Walzen hat keinen Einfluß auf deren Stellung in der Spannungsreihe. Diese Stellung kann durch eine starke innere Polarisierung der Walze (Elektret) beeinflusst werden.

Der Generator arbeitet bis 65 % rel. Luftfeuchtigkeit sicher. Danach genügt ein Bestrahlen mit der Heizsonne.

Damit stellt der selbsterregte Generator in der symmetrischen Schaltung ein einfaches und sicheres Gerät dar, das sowohl für Demonstrationszwecke als auch technisch<sup>1</sup> verwendet werden kann.

Herrn Professor KOSSEL danken wir für seinen Rat und für sein freundliches Interesse an der Arbeit.

**Literatur.** [1] VAN DE GRAAFF, R. J.: Phys. Rev. 43, 149 (1933). — [2] VAN ATTA, L. C., D. L. NORTHRUP, C. M. VAN ATTA u. R. J. VAN DE GRAAFF: Phys. Rev. 761 (1936). — [3] NEUBERT, U.: Z. Phys. 110, 334 (1938). — [4] KOSSEL, W.: Z. Phys. 111, 264 (1938/39). — [5] KOSSEL, W. u. F. HEISE: Z. Phys. 113, 769 (1939). — [6] HEISE, F.: Z. Phys. 116, 317 (1940). — [7] KNAUER, W.: Z. angew. Phys. 7, 118 (1955). — [8] NEUBERT, U.: „Elektrostatische Technik“ (Verl. R. Oldenbourg, München 1954). — [9] FLAMMERSFELD, A. u. G. WEBER: Z. f. Natf. 7a, 16 (1952). — [10] COEHN, A.: Ann. d. Phys. 64, 217 (1898). — [11] RICHARDS, H. F.: Phys. Rev. 22, 122 (1923). — [12] GRÜNER, H.: Faserforschung und Textiltechnik 4, 249 (1953). — [13] BERGMANN-SCHAEFER: Elektrizitätslehre, S. 3. — [14] GUTMAN, F.: Rev. mod. Phys. 20, 457 (1948). — [15] WIEDER, H. H. u. S. KAUFMAN: J. Appl. Phys. 24, 156 (1953). — [16] HERCHENBACH, W.: Z. angew. Phys. 7, 32 (1955).

Dr. WOLFGANG HERCHENBACH,  
cand. phys. HERMANN SIGEL,

Physikalisches Institut der Universität Tübingen

<sup>1</sup> Beispielsweise werden kleine Bandgeneratoren dieser Art schon seit längerer Zeit als Erregeraggregate in elektrostatischen Hochspannungsgeneratoren mit rotierenden Flächen [16] verwendet, wie sie die Fa. Rich. Seifert & Co., Hamburg, herstellt.